La Carta Militar de Chile

POR

ALBERTO OBRECHT

(Conferencia dada en el Instituto de Injenieros de Chile el 27 de Octubre de 1910)

En mi última conferencia sobre la *Carta Militar de Chile*, me limité a considerar el valor jeográfico de esta obra i llegué a la conclusion, basada sobre datos numéricos, que la triangulacion jeodésica, realizada por la seccion trigonométrica del Estado Mayor Jeneral, era el mejor trabajo de su clase ejecutado hasta ahora en el pais.

Voi a referirme ahora al mérito puramente científico de esta misma triangulacion i me propongo demostrar que los resultados obtenidos tienen una exactitud mui suficiente para poder concurrir, lo mismo como los de cualquiera otra nacion, al estudio de la forma i de las dimensiones de la Tierra.

Es oportuno recordar en esta ocasion que los ángulos observados, una primera vez, en la rejion llamada Red de Melipilla i que habian dado oríjen a varias discusiones, han sido medidos nuevamente. Estos nuevos datos son los que figuran en el folleto repartido últimamente por el Estado Mayor Jeneral, sobre los trabajos jeodésicos de la *Carta Militar de Chile.*

*
* *

Principiaré por esponer, aunque sea a la lijera, algunas consideraciones jenerales sobre el problema que trata de resolver la jeodesia i el grado de exactitud alcanzado hasta ahora en su resolucion.

En la jeodesia se supone que la superficie de la Tierra o, mas propiamente dicho, la superficie normal, en cada punto, a la direccion de la vertical en este punto, es de revolucion i que la seccion meridiana tiene aproximadamente la forma de una elipse. Las dimensiones de ésta dependen de su eje ecuatorial i de su achatamiento i la latitud jeográfica de un punto es el ángulo que forma la normal a la elipse con el Ecuador.

Si se consideran dos puntos de un mismo meridiano se puede medir directamente el arco de meridiano que los separa i determinar las latitudes jeográficas de uno i otro por medio de observaciones astronómicas. El cociente del arco por la diferencia de las latitudes, es decir, por el ángulo que forman las normales en los dos estremos, representa entónces, si el arco es suficientemente pequeño, al radio de curvatura del arco en su punto medio.

Como los radios de curvatura de una elipse siguen una lei matemática bien definida se puede comprobar si los radios de curvatura deducidos de la observacion, satisfacen a la lei indicada i, en seguida, determinar las dimensiones exactas de la elipse meridiana.

Este es el problema de que se ocupa la jeodesia. El grado de exactitud alcanzado hasta nuestros dias puede estimarse en 1 en 100,000 i ésta es precisamente la precision que la Asociacion Jeodésica Internacional ha adoptado para las medidas jeodésicas.

Se concibe que la distancia de dos puntos de un mismo meridiano puede determinarse con una exactitud casi ilimitada, si los dos puntos no están mui apartados uno de otro; pero no sucede lo mismo con el ángulo que forman entre sí las verticales de estos puntos.

Cada una de las dos latitudes jeográficas se fija independientemente i su exactitud no tiene relacion ninguna con la distancia de los puntos. Esta exactitud puede estimarse en algunos décimos de segundo.

Para fijar las ideas admitiré que sea posible obtener el ángulo que forman dos verticales, o sea la diferencia de las latitudes jeográficas de dos puntos, con una aproximacion de 0,"3. En esta hipótesis es preciso que el ángulo observado abarque unos 30,000 segundos para que el grado de exactitud guarde la proporcion de 1 en 100,000. El arco de meridiano que separa los dos puntos mide entónces unos *mil* kilómetros i este arco debe medirse con una aproximacion de 1 en 100,000, o sea de 10 metros.

En resúmen, para poder determinar un solo radio de curvatura con el grado de precision de 1 en 100,000 es necesario medir la distancia de dos puntos de un mismo meridiano, situados á unos mil kilómetros uno de otro, con un error probable de diez metros i fijar la diferencia de sus latitudes jeográficas con un error probable de 0".3 mas o ménos.

*
* *

No me ocuparé de la determinacion de las latitudes jeográficas i sólo me limitaré a considerar la medida del arco de mil kilómetros; esta medida puede hacerse de diversas maneras. Teóricamente se podria proceder como en la medicion de una base jeodésica i emplear simplemente reglas, huinchas o alambres. Desde luego, el largo de la unidad de medida empleada debe tener evidentemente una exactitud de 1 en 100,000.

Sea, por otra parte, e el error probable de una medida aislada i n el número de éstas; el error probable de la medida total es $e\sqrt{n}$ i se debe tener

$$e\sqrt{n} < 10 \text{ met.}$$

En el caso por ejemplo, de reglas de 4 metros, n es igual a 250,000 i se obtiene,

$$e < 0.02 \text{ met.}$$

Si se emplearan alambres de cien metros, se tendria n=100,000 i, por consiguiente,

$$e < 0.1 \text{ met.}$$

Estos resultados, deducidos de las fórmulas usuales del cálculo de probabilidades muestran que la medida podria ejecutarse de una manera bastante espedita.

Sin embargo, el método indicado no es practicable i ademas uno de los fines mas importantes de la jeodesia es fijar exactamente las posiciones de algunos puntos repartidos convenientemente en las diversas rejiones de la Tierra; para ésto se mide una base, de unos cinco a diez kilómetros de largo, i de esta base, se deduce otra amplificada por medio de una triangulacion especial; se efectúa, en seguida, una sucesion de observaciones angulares con el objeto de calcular los lados de una cadena de triángulos.

En primer lugar, la base medida directamente i la base amplificada deben tener, una i otra, un grado de exactitud equivalente al uno por cien mil; por ejemplo una base de 5 kilómetros debe tener un error probable del órden de 2 centímetros.

La base amplificada, de un largo aproximado igual al largo medio de los lados de la triagulacion, estará contenida n veces en el arco de 1000 kilómetros, i la precision con la cual estos lados deberán medirse será del órden de

$$\frac{10 \text{ m.}}{\sqrt{n}}$$

Por otra parte, el largo medio de los lados es

$$\frac{1000{,}000 \text{ met.}}{n}$$

luego el error probable que puede ser aceptado para los ángulos de los triángulos consecutivos es:

$$\frac{10\ n}{1000{,}000\sqrt{n}} = 2''\ \sqrt{n}$$

En el caso, por ejemplo, de una triangulacion, como la del Estado Mayor Jeneral en la cual los lados tienen un largo medio de 40 kilómetros—lo que corresponde a n=25—el error probable de los ángulos de los triángulos podria alcanzar 10″ sin que, por este motivo, la triangulacion dejara de tener el grado de exactitud suficiente para medir un arco de meridiano de 1000 kilómetros con la precision de 1 en 100,000.

Sin embargo, el error probable de la referida triangulacion llega solo a 1,″9.

* * *

En las operaciones jeodésicas modernas, se acostumbra exijir un precision mayor que la necesaria; ella es de uno en 100,000 para todas las medidas aisladas. Se deduce que los ángulos de los triángulos deben tener un error probable del orden de 2″. Este error es superior al que corresponde a la triangulacion del Estado Mayor Jeneral, por consiguiente esta última cumple, no solo con las condiciones de precision deducidas de la teoría, sino tambien con las mas estrictas, impuestas por la Asociacion Jeodésica Internacional.

* * *

En el folleto publicado por el Estado Mayor se encuentra un primer cuadro jeneral con todos los ángulos observados en las diversas estaciones jeodésicas; en seguida el cálculo de los valores mas probables de los ángulos en cada estacion i el cálculo de los lados de los triángulos.

En cada triángulo la suma de los tres ángulos debe ser igual a 180° mas el exceso esférico; la suma observada es jeneralmente distinta i la diferencia se llama *error de cierre*. Este error es el que caracteriza mejor el grado de precision de una triangulacion.

En el caso actual el error probable de cierre es de 3,″3; de donde resulta un error probable de 1,″9 para cada ángulo.

A continuacion el folleto contiene el cálculo de las coordenadas jeográficas de los vértices consecutivos i de los azimutes astronómicos de todos los lados.

La forma poligonal de la cadena de triángulos adoptada por el Estado Mayor se presta mejor que otras, a la determinacion de algunos datos de la mayor importancia para apreciar el grado de exactitud de las medidas .

El primero de estos datos es el error de cierre de todo el polígono; su valor alcanza solo 4 met. 2 para su desarrollo de unos 400 kilómetros. Es precisamente la precision exijida de 1 en 100,000.

Otro dato es la diferencia entre el azimut del primer lado de la triangulacion observado directamente i el que se obtiene despues de haber dado la vuelta de todo el polígono. Esta diferencia alcanza 11,″3 para el lado Renca-Observatorio. Si se observa entónces que el número de los ángulos que intervienen en el cálculo del segundo azimut es de 22, se deduce que el error probable de cada ángulo es 1,"9. Es el mismo valor obtenido con los errores de cierre.

Finalmente, despues de una compensacion jeneral de toda la red, cuyo objeto es de identificar, por medio de correcciones de los ángulos observados, las dos posiciones obtenidas para la estacion de Renca, se han calculado las direcciones de todas las visuales observadas entre algunos vértices de la primera triangulacion; el error probable correspondiente resulta nuevamente igual a 1,"9.

Con razon, por consiguiente, puedo repetir que la triangulacion ejecutada por el Estado Mayor Jeneral tiene una exactitud mui suficiente para poder cooperar a la determinacion de la forma i de las dimensiones de la Tierra i estimo que el coronel Deinert, jefe del Departamento de la Carta i el personal militar a sus órdenes han realizado una obra que hace honor al pais.