Ensayo para determinar al trabajo originado por el esfuerzo de corte en las piezas de concreto armado en el caso de flexión compuesta

POR

H. E. S.

En ninguna de las obras consultadas se ha encontrado algo referente a este problema.

Guiados por la teoria general que se aplica en el caso de la flexión simple hemos establecido las fórmulas correspondientes al caso que nos ocupa.

Con este objeto hemos consultado las obras de Mörch, Hool y Kersten.

Para fijar ideas haremos un estudio preliminar sobre la flexión simple.

NOTACIONES

M = momento de flexión

N = esfuerzo nomal

t = altura de la sección

$k\,t = x$ = distancia de la fibra extrema comprimida a la fibra neutra

b = ancho de la sección rectangular

$$p_o = \frac{\text{sección total de fierro}}{b\,t}$$

r = distancia del centro de la sección al centro de la sección de fierro.

$$d' = \frac{t}{2} - r$$

$$d = \frac{t}{2} + r$$

f_c = fatiga del concreto

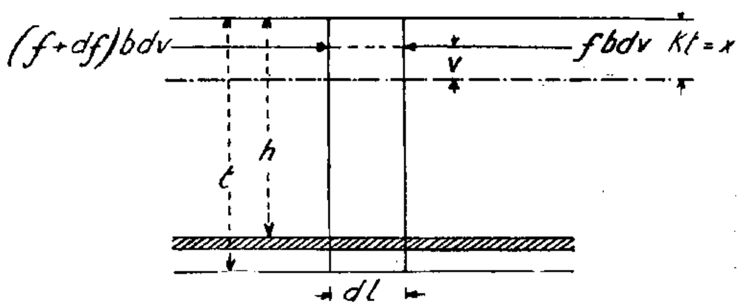
f_s = fatiga del fierro

$$L = \left[\frac{np_0 \, r^2}{kt^2} + \frac{k}{12} (3 - 2k) \right]$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Flexión simple.

Se establece la fórmula correspondiente considerando un trozo de viga que debe encontrarse en equilibrio longitudinal.



De la figura se deduce, llamando τ la fatiga al cizalle.

$$\tau \, b \, dl = \int_v^x d\,f\,b\,dv$$

Por otra parte:

$$f_c = \frac{2\,M}{b\left(h - \frac{x}{3}\right) x}$$

Derivando con respecto a :

$$\frac{d\,f_c}{dl} = \frac{2\,v}{b\,x\left(h - \frac{x}{3}\right)} \qquad \frac{d\,M}{d\,l} = \frac{2\,T}{b\,x\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$T = \frac{d\,M}{dl} = \text{Esfuerzo de corte en la sección.}$$

Además :

$$\frac{f}{f_c} = \frac{v}{x}$$

$$d\,f = \frac{v}{x}\,d\,f_c$$

$$\tau\,b\,dl = \int_v^x b\,dv\,\frac{v\,2\,T\,dl}{b\,x^2\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$\tau\,b = \frac{2\,T}{x^2\left(h - \frac{x}{3}\right)}\int_v^x v\,dv$$

$$\tau\,b = \frac{T\,(x^2 - v^2)}{x^2\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

Se deduce que τ b es nulo en la fibra superior, crece hacia la fibra neutra, donde alcanza el valor:

$$\tau_0\,b = \frac{T}{\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

y se mantiene constante en el resto de la sección.

Hool observa que esta fórmula es sólo aplicable en el caso de mantenerse rectas las barras en todo el largo de la viga.

Mörsch es de la misma opinión y aún propone otras fórmulas basadas en la teoría del doble enrejado para el caso en que los fierros se levanten en los apoyos.

Kersten advierte que cuando se emplea esta fórmula para calcular la adherencia conduce a resultados inexactos a causa de haberse omitido la resistencia del concreto a la tracción. En efecto, cuando se trata de una viga simplemente apoyada, es evidente que por ser las tracciones pequeñas, el concreto trabaja a la tracción lo que (Hool) incrementa el esfuerzo de corte en el eje neutro y lo disminuye en la parte inferior.

Hool insiste en que no es posible determinar la fatiga producida por el esfuerzo de corte cuando se emplean horquillas o barras levantadas, y que la fórmula de la tensión diagonal nos dá indicaciones cualitativas, pero de ningún modo cuantitativas. Así esta teoría nos indica que las horquillas y barras dobladas trabajan por tracción y que las grietas producidas en el concreto deben ser normales a la dirección de la fatiga máxima.

Sin embargo, todos estos autores están de acuerdo en que aceptando tasas de trabajo convenientes puede emplearse la fórmula antes deducida para el cálculo práctico de los refuerzos que es necesario oponer al esfuerzo de corte.

Hool cree que en los casos corrientes los 2/3 de los esfuerzos τ b son resistidos por las armaduras verticales o inclinadas y el 1/3 restante τ por el concreto.

1.er Caso: toda la sección está comprimida

Hacemos el mismo raciocinio que en el caso de la flexión simple, reemplazando f_c por el valor que le corresponde en este caso:

$$\tau\, b\, dl = \int_v^x d\, f\, b\, dv$$

$$f_c = \frac{N}{b\, t\,(1 + n\, p_o)} \pm \frac{M}{b\, t^2 \underbrace{\left(\frac{1}{6} + 2\left(\frac{1}{2} - \frac{d'}{t}\right)^2 n\, p_o\right)}_{L_2}}$$

$$\frac{d\, f_c}{dl} = \frac{1}{L_2\, b\, t^2} \qquad \frac{d\, M}{dl} = \frac{T}{L_2\, b\, t^2}$$

Despreciando la variación del momento, debida a la variación del producto del esfuerzo normal por la flecha ocasionada en cada punto.

$$\frac{f}{f_c} = \frac{v}{\frac{t}{2}}$$

$$df = \frac{2\, v}{t}\, d\, f_c$$

$$\tau\, b\, dl = \int_{v}^{t/2} \frac{b\,T}{L_2\, b\, t^2}\ \frac{2\,v\,dv}{t}\ dl$$

$$\tau\, b = \frac{T}{L_2\, t^2}\ \frac{\left(\frac{t^2}{4} - v^2\right)}{t}$$

$$\tau_0\, b = \frac{T}{4\, L_2\, t}$$

2.º Caso: Tracción en una extremidad de la sección

$$(1)\quad \tau\, b\, dl = \int_{v}^{x} d\, f\, b\, dl$$

$$(2)\quad f_c = \frac{M}{L\, b\, t^2}$$

$$L = \frac{n\, p_o \left(\frac{r}{t}\right)^2}{k} + \frac{k}{4} - \frac{k^2}{6}$$

$$\frac{M}{N\,t} = \frac{A_1\, k^2 - k^3 + B_1}{A_2\, k - 3\, k^2 - B_2} = F\,(k)$$

A_1, B_1, A_2 y B_2 dependen sólo de p_o, $\frac{r}{t}$ y n

$$(3)\quad \frac{d\, f_c}{dl} = \frac{1}{L\, b\, t^2}\ \frac{d\,M}{dl} - \frac{M}{L^2\, b\, t^2}\ \frac{d\,L}{dl}$$

$$\frac{d <}{dl} = \frac{\frac{d <}{dk}}{\frac{dM}{dk}}\ \frac{d\,M}{d\,l}$$

$$\frac{d\,M}{dk} = N\ t\ \frac{d\,F\,(k)}{dk}$$

Luego:

$$\frac{d\,L}{dl} = \frac{1}{N\,t}\;\frac{\dfrac{d <}{dk}}{\dfrac{d\,F\,(k)}{dk}}\;\frac{d\,M}{dl}$$

Se deduce:

$$\frac{d\,f_c}{dl} = \frac{T}{L\,b\,t^2} - \frac{M\,T}{N\,L^2\,b\,t^3}\;\frac{\dfrac{d\,L}{dk}}{\dfrac{d\,F\,(k)}{dk}}$$

Reemplazando en esta ecuación:

$$\frac{M}{Nt} = F\,(k)$$

y

$$\frac{\dfrac{d\,L}{dk}}{\dfrac{d\,F\,(k)}{dk}} = A$$

se tiene:

$$(4) \qquad \frac{d\,f_c}{dl} = \frac{T}{L\,b\,t^2} - \frac{T}{L^2\,b\,t^2}\,A\,F\,(k)$$

$$\frac{f}{f_c} = \frac{v}{k\,t}$$

$$d\,f = \frac{v}{k\,t}\,d\,f_c$$

$$(5) \qquad \tau\,b\,dl = \int_{v}^{k\,t} \left(\frac{T}{L\,b\,t^2}\;\frac{v}{k\,t}\,dv - \frac{T}{L^2\,b\,t^2}\,A\,F\,(k)\,\frac{v}{k\,t}\,dv \right) b\,d\,l$$

$$(6) \qquad \tau\,b = \frac{T}{L\,t^2}\;\frac{k^2\,t^2 - v^2}{2\,k\,t} - \frac{T\,A\,F\,(k)}{L^2\,t^2}\;\frac{k^2\,t^2 - v^2}{2\,k\,t}$$

$$(7) \qquad \tau_0 \, b = \frac{T\,k}{2\,L\,t} \left(1 - \frac{A\,F\,(k)}{L} \right)$$

Expresemos en función de k el término AF (k) y hagamos en la expresión de L:

$$n\,p_0 \left(\frac{r}{t} \right)^2 = C$$

$$\frac{d\,L}{dk} = - \frac{C}{k^2} + \frac{1}{4} - \frac{k}{3}$$

$$\frac{d\,F\,(k)}{dk} = \frac{(A_2\,k + 3\,k^2 - B_2)\,(2\,A_1\,k - 3\,k^2) - (A_1\,k^2 - k^3 + B_1)\,(A_2 + 6\,k)}{(A_2\,k + 3\,k^2 - B_2)^2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{1}{4} - \frac{C}{k^2} - \frac{k}{3} \right) \left(A_2\,k + 3\,k^2 - B_2 \right)^2}{(A_2\,k + 3\,k^2 - B_2)\,(2\,A_1\,k - 3\,k^2) - (A_1\,k^2 - k^3 + B_1)\,(A_2 + 6\,k)}$$

$$A\,F\,(k) = \frac{\left(A_1\,k^2 - k^3 + B_1 \right) \left(\frac{1}{4} - \frac{C}{k^2} - \frac{k}{3} \right) \left(A_2\,k + 3\,k^2 - B^2 \right)}{(A_2\,k + 3\,k^3 - B^2)\,(2\,A_1\,k - 3\,k^2) - (A_1\,k^2 - k^3 - B_1)\,(A_2 + 6\,k)}$$

Ahora bien, cuando $\frac{M}{N}$ es ∞ que es el caso de la flexión simple k adquiere un valor que hace igual a cero la expresión:

$$A_2\,k + 3\,k^2 - B_2$$

Esto es fácil deducirlo ya sea de la misma F (K) que para hacerse infinita exige esta condición, o demostrando que K adquiere en esta hipótesis el mismo valor que en el caso de la flexión simple.

Luego, para la flexión simple el último término del paréntesis de la fórmula (7) es igual a cero.

Además debe advertirse que siempre este término es pequeño debido a que L para un porcentaje determinado, varía entre cortos límites.

Luego puede aceptarse como aproximación suficiente, siempre que $k < 0.5$:

$$(8) \qquad \tau_0 \, b = \frac{T\,k}{2\,L\,t}$$

La conclusión a que conduce este estudio merece ser criticada.

El autor sabe que ella es errónea.

Las fórmulas correspondientes al 1.° y 2.° caso no coinciden en el caso límite.—Además, resuelto el problema con el criterio del primer caso, la fatiga máxima se produciría en el plano horizontal de simetría de la pieza y resuelto con el del segundo caso, en la fibra neutra o sea en la fibra extrema que no sufre compresión.

El objeto que persigue el autor al publicar estas líneas es provocar un debate sobre este tema que es interesante.