

ANALES

DEL

INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE**Puente sobre el Río Bueno en Río Bueno**

(Arcos de concreto armado)

POR

CARLOS ALLIENDE ARRAU

(Conclusión)

Para obtener las ordenadas del lado izquierdo basta restar de 1 los correspondientes valores del lado derecho:

Cuando la fuerza está 1	$v_1 = 1 - 0.39686$	$v_1 = 0.60314$
» » » » 2	$v_2 = 1 - 0.29868$	$v_2 = 0.70132$
» » » » 3	$v_3 = 1 - 0.20951$	$v_3 = 0.79049$
» » » » 4	$v_4 = 1 - 0.13325$	$v_4 = 0.86675$

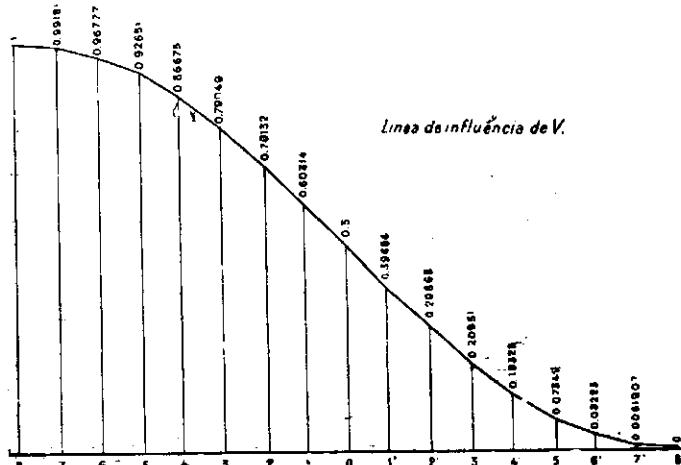


Fig. 15

Cuando la fuerza está en 5	$v_5 = 1 - 0.07349$	$v_5 \approx 0.92651$
» » » » » 6	$v_6 = 1 - 0.03223$	$v_6 = 0.96777$
» » » » » 7	$v_7 = 1 - 0.008197$	$v_7 = 0.99181$
» » » » » 8	$v_8 = 1 - 0.$	$v_8 = 1$

En la página . . se ha hecho un cuadro con las ordenadas de las líneas de influencia de M, H y V.

Ordenadas de las líneas de influencia de M, H y V

Lecciones	Ordenada de M	Ordenada de H	Ordenada de V
8	+ 1760	0	1
7	+ 1543.9022	0.0535	0.99181
6	+ 1333.6110	0.1959	0.96777
5	+ 1138.3510	0.4004	0.92651
4	+ 954.0998	0.6388	0.86675
3	+ 784.6635	0.8844	0.79049
2	+ 630.5915	1.0711	0.70132
1	+ 492.8492	1.2053	0.60314
0	+ 373.3186	1.2532	0.5
1'	+ 272.8495	1.2053	0.39686
2'	+ 190.5915	1.0711	0.29868
3'	+ 124.6635	0.8844	0.20951
4'	+ 74.0998	0.6388	0.13325
5'	+ 38.35103	0.4004	0.07349
6'	+ 13.6110	0.1959	0.03223
7'	+ 3.9029	0.0535	0.0081907
8'	+ 0	0	0

Cálculo de H, M y V para la solicitud del peso muerto

Las fuerzas del peso muerto son:

$$\begin{aligned} P_8 &= 8760 \text{ kgs.} \\ P_7 &= 8500 \quad \rightarrow \\ P_6 &= 7840 \quad \rightarrow \\ P_5 &= 7250 \quad \rightarrow \\ P_4 &= 6800 \quad \rightarrow \\ P_3 &= 6450 \quad \rightarrow \\ P_2 &= 6130 \quad \rightarrow \\ P_1 &= 4470 \quad \rightarrow \\ P_0 &= 4400 \quad \rightarrow \end{aligned}$$

Para obtener los valores de H, M y V basta multiplicar los valores del peso muerto por las ordenadas correspondientes de las líneas de influencia.

a) *Valor de M*

$$\begin{aligned} M &= 8760 \times 1760 + (1543.9022 + 3.9022) \times 8500 + 7840 (1333.6110 + 13.6110) \\ &+ 7250 (1138.3510 + 38.3510) + 6800 (954.0998 + 74.0998) + 6450 (784.6635 \\ &+ 124.6635) + 6130 (630.5915 + 190.5915) + 4470 (492.8492 + 272.8492 \\ &+ 4400 \times 373.3186 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= 8760 \times 1760 = 15\,417\,600 \text{ kgcmts.} \\ &+ 8500 \times 1547.8044 = + 13\,156\,337 \quad \rightarrow \\ &+ 7840 \times 1347.2220 = + 10\,562\,220 \quad \rightarrow \\ &+ 7250 \times 1176.7020 = + 8\,531\,090 \quad \rightarrow \\ &+ 6800 \times 1028.1996 = + 6\,091\,757 \quad \rightarrow \\ &+ 6450 \times 909.3270 = + 5\,865\,159 \quad \rightarrow \\ &+ 6130 \times 821.1830 = + 5\,033\,852 \quad \rightarrow \\ &+ 4470 \times 765.7084 = + 3\,423\,119 \quad \rightarrow \\ &+ 4400 \times 373.3186 = + 1\,642\,602 \quad \rightarrow \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{M = + 70\,623\,736 \text{ kgcmts}}}$$

$$\underline{\underline{M = + 706\,237.36 \text{ kgcmts.}}}$$

b) *Valor de H*

$$\begin{aligned}
 H = & 8500 \times 2 \times 0.0535 = & 909.50 \text{ kgs.} \\
 & + 7840 \times 2 \times 0.1959 = + & 3 071.71 \rightarrow \\
 & + 7250 \times 2 \times 0.4304 = + & 5 805.80 \rightarrow \\
 & + 6800 \times 2 \times 0.6388 = + & 8 687.68 \rightarrow \\
 & + 6450 \times 2 \times 0.8844 = + & 11 408.76 \rightarrow \\
 & + 6130 \times 2 \times 1.0711 = + & 13 131.69 \rightarrow \\
 & + 4470 \times 2 \times 1.2053 = + & 10 775.38 \rightarrow \\
 & + 4400 \times 2 \times 1.2532 = + & 5 514.08 \rightarrow \\
 \\
 H = & \underline{\underline{59\ 304.60 \text{ kgs.}}}
 \end{aligned}$$

c) *Valor de V*

Para V basta tomar la suma de los pesos que obran a un lado, ya que la carga del peso muerto es simétrica

$$\begin{aligned}
 V = & 8 760 \text{ kgs.} \\
 & + 8 500 \rightarrow \\
 & + 7 840 \rightarrow \\
 & + 7 250 \rightarrow \\
 & + 6 800 \rightarrow \\
 & + 6 450 \rightarrow \\
 & + 6 130 \rightarrow \\
 & + 4 470 \rightarrow \\
 & \left(\frac{4400}{2} \right) + 2 200 \rightarrow \\
 \\
 V = & \underline{\underline{58\ 400 \text{ kgs.}}}
 \end{aligned}$$

RESUMEN

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 M = + 706 237.36 \text{ kgmts.} \\
 H = 59 304.60 \text{ kgs.} \\
 V = 58 400 \rightarrow
 \end{array}
 \right.$$

Cálculo de los momentos originados por el peso muerto en las distintas secciones

Calcularemos primero el originado en la sección de apoyo, del cual por una simple ecuación de momentos se deducirán los demás.

a) M apoyo o M_8^p muerto

Recordemos que hemos convenido como signo — de momentos el que tiende a hacer girar en sentido contrario a las agujas de un reloj, o sea, M_o es siempre — y M es +.

Apliquemos la ecuación (4) página 8 al punto 8.

$$M_x = M_8^{p, \text{muerto}} = + M - V.y + H.x$$

$$M = + 706\ 237.36$$

$$y = 533,08$$

$$H.y = + 316\ 140.96$$

$$\xi = + 1\ 022\ 378.32$$

$$- V.x = - 1\ 027\ 840.00$$

$$M_8^{p, m.} = - 5\ 461.68 \text{ kgmts.}$$

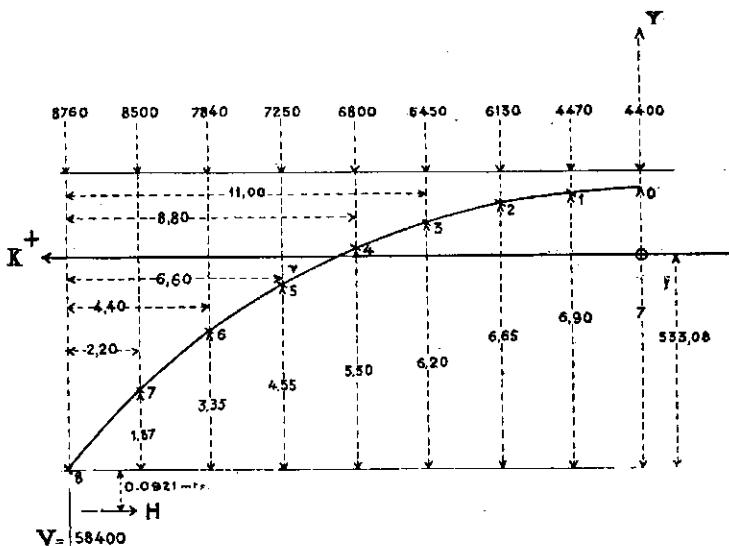


Fig. 16

La excentricidad h de H es:

$$h = \frac{5\ 461.68}{59\ 304.60} = 0.092095 \text{ mts.} = 0.0921$$

Se observa que los únicos momentos apreciables son los de las 3 primeras secciones, y el primero de éstos produce sólo una escentricidad de 9 ctms. Los demás momentos indican que, prácticamente, la curva de presiones sigue el eje del arco. Supongamos, por ejemplo, en sección 4 un esfuerzo normal de 60 000 k., o sea, un valor casi igual a H , lo que es poco, pues, seguramente el esfuerzo normal en esta sección será mayor.

$$\text{escentricidad en 4 es} = \frac{1364}{60\,000} = 2,26 \text{ ctms.}$$

Las excentricidades de sección 3, 2, 1 y 0 son aún mucho menores. Se ve, en suma, que se puede aceptar este arco.

Valor del esfuerzo normal N_x^p , muerto

Se puede tomar sin error sensible el lado correspondiente del polígono de las fuerzas P_8 a P_9 , tomando como distancia polar H .

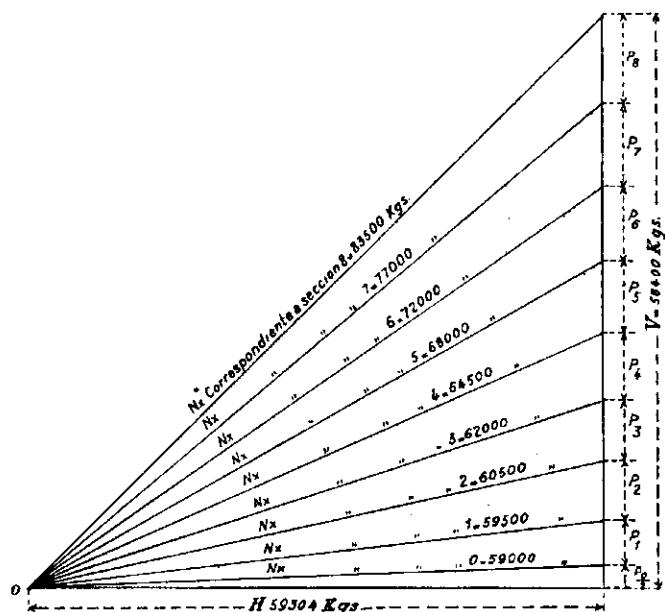


Fig. 17

Resumen de la solicitudación correspondiente al peso muerto

Secciones	M _x en kgmts.	N _x en kgs.	J	F	M. V I	N F	Tmáx. K p. ct. m. ²	Tmín.
8	- 5 462	83 500	10 600 000	7 100	3.1 ^k /cm ²	11.7	14.8 (fibra inf.)	8.6 (fibra sup.)
7	- 7 152	77 000	9 070 000	6 880	4.4 »	11.2	15.6 »	6.8
6	- 4 430	72 000	6 820 000	6 150	3.4 »	11.7	15.1 »	8.3
5	- 2 335	68 000	4 900 000	5 370	2.4 »	12.6	15.0 »	10.2
4	- 1 364	64 500	4 200 000	5 130	1.5 »	12.5	14 »	11
3	- 527	62 000	3 900 000	5 070	0.6 »	12.0	12.6 »	11.4
2	+ 947	60 500	3 620 000	5 000	1.1 »	12.1	13.2 (fibra sup.)	11
1	+ 795	59 500	3 215 000	4 820	1.0 »	12.3	13.3 »	11.3
0	- 296	50 000	3 052 000	4 750	0.4 »	12.4	12.4 (fibra inf.)	12

§ IV.—ACCIÓN DE LA CARGA RODANTE

Es preciso determinar para cada sección el grupo de fuerzas que produce en ella el momento máx. o el M_x máx. Para averiguar esto hay que construir la línea de influencia de los M_x .

- 1) Línea de influencia de M_x para la sección 8.

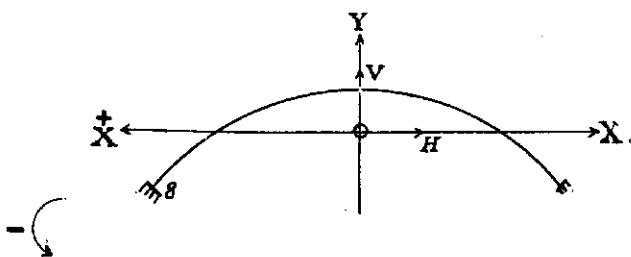


Fig. 18

En la sección 8, $M_0 = 0$

Aplicando la ecuación general de M_x , se tiene: $M_x = M + Hy - Vx$

$$\begin{cases} y = 533,08 \text{ ctms.} \\ x = 1760 \end{cases}$$

La curva de influencia se compone, en este caso, de la suma algebraica de tres curvas, una que corresponde a M , otra a Hy y otra a Vx .

Si la fuerza está, por ejemplo, en sección 7, sabemos que la ordenada de M vale 1543.9022 (Véase pág. ... o curva de pág. ...). A su vez, la ordenada de H será 0.0535 que habrá que multiplicar por $y = 533,08$ para obtener la ordenada de Hy . Y la ordenada de V será 0.99181 que habrá que multiplicar por $x = 1760$ para obtener Vx . La suma de estas tres ordenadas indica la ordenada de M_x para el caso en que la fuerza esté en 7.

Si la fuerza está, por ejemplo, en sección 6, habrá que sumar la ordenada de

NOTA.—En pág. ... aparecen los valores de J y F del centro de gravedad de los trozos ds . En el cuadro anterior se trata de los valores de J y F de los diversos puntos o secciones en que caen las fuerzas. Estos valores se pueden deducir de los anteriores tomando los términos medios correspondientes, excepto en el caso de sec. 8, en que se deben calcular directamente.

M que es 1333.6110, con la de Hy que es 0.1959×533.08 y la de Vx que es 0.96777×1760 (Véase cuadro de pág. .).

Y así sucesivamente para la situación de todas las fuerzas. El cuadro siguiente indica los valores.

Línea de influencia de M_x para sección 8

SECCIÓN 8.

Fuerza en	$\div H_y$	+ M	- Vx	M_x
8	0	1760	- 1760	+ 0
7	28.5198	1543.9022	- 1745.5956	- 173.1636
6	104.4304	1333.6110	- 1703.2752	- 265.2338
5	213.4452	1138.3510	- 1630.6576	- 278.8614
4	340.5315	954.0998	- 1525.4800	- 230.8487
3	471.4560	784.6635	- 1391.2624	- 135.1429
2	570.9820	630.5915	- 1234.3232	- 32.7497
1	642.5213	492.8492	- 1061.7024	+ 73.6681
0	668.0559	373.3186	- 880.0000	+ 161.3745
1'	642.5213	272.8492	- 698.4736	+ 216.8969
2'	570.9920	190.6915	- 525.6768	+ 235.8968
3'	471.4560	124.6635	- 368.7876	+ 227.3819
4'	340.5315	74.0998	- 234.5200	+ 180.1113
5'	213.4452	38.35103	- 129.3442	+ 122.4520
6'	104.4304	13.6110	- 56.7248	+ 61.3166
7'	28.5198	3.9022	- 14.4156	+ 18.0064
8'	0	0	0	+ 0

2) Línea de influencia de M_x para la sección 7.

$$M_x = M + H_y - V_x - M_o$$

$$\begin{cases} y = 533.08 - 187 = 346.08 \text{ ctms.} \\ x = 1540 \text{ ctms.} \end{cases}$$

Se seguirá el mismo procedimiento seguido en sección 8, esto es, para la curva H_y se multiplicará cada valor de H del cuadro de página por $y = 346.08$, y para la curva V_x cada valor de V del mismo cuadro por $x = 1540$. La curva M no varía y para M_o hay un solo valor que corresponde a la acción de $P = 1$ en 8 (Recuérdese definición de M_o).

Línea de influencia de M_x para sección 7

SECCIÓN 7.

Fuerza en	+ M	+ H_y	- V_x	- M_o	M_x
8	1760	0	- 1540	- 220	0
7	1543.9022	18.5153	- 1527.3874	+ 35.0301
6	1333.6110	67.7971	- 1490.3658	- 88.9577
5	1138.3510	138.5704	- 1426.8254	- 149.9040
4	954.0998	221.0759	- 1334.7950	- 159.6193
3	784.6635	306.0732	- 1217.3546	- 126.6179
2	630.5915	370.6863	- 1080.0328	- 78.7550
1	492.8492	417.1302	- 928.9896	- 19.0102
0	373.3186	433.7075	- 770	+ 37.0261
1'	272.8492	417.1302	- 611.1644	+ 78.8150
2'	190.5915	370.6863	- 459.9672	+ 101.3106
3'	124.6635	306.0732	- 322.6454	+ 108.0913
4'	74.0998	221.0759	- 205.2050	+ 89.9707
5'	38.3510	138.5704	- 113.1746	+ 63.7468
6'	13.6110	67.7971	- 49.6342	+ 31.7739
7'	3.9022	18.5153	- 12.6137	+ 9.8038
8'	0	0

3) Línea de influencia de M_x para la sección 6.

$$M_x = M + H_y - V_x - M_o$$

$$\begin{cases} y = 533.08 - 335 = 198.08 \text{ ctms.} \\ x = 1320 \text{ ctms.} \end{cases}$$

Línea de influencia de M_x para sección 6

SECCIÓN 6.

Fuerza en	+ M	+ Hy	- Vx	- Mo	Mx
8	1760	0	- 1320	- 440	0
7	1543.9022	10.5973	- 1309.1892	- 220	+ 25.3103
6	1333.0110	38.6454	- 1277.4564	+ 94.8000
5	1138.3510	79.3113	- 1222.9932	- 5.3310
4	954.0998	136.5335	- 1144.1100	- 63.4767
3	784.6635	175.1820	- 1043.4468	- 83.6013
2	630.5915	212.1635	- 925.7424	- 82.9874
1	492.8492	238.7458	- 796.7680	- 65.1730
0	373.3186	248.2339	- 660	- 38.4475
1'	272.8492	238.7458	- 523.8552	- 12.2602
2'	190.5915	212.1635	- 394.2576	+ 8.4974
3'	124.6635	175.1820	- 276.5532	+ 23.2923
4'	74.0998	126.5335	- 175.8900	+ 24.7433
5'	38.3510	79.3112	- 97.0068	+ 20.6544
6'	13.6110	38.6454	- 42.5436	+ 9.7130
7'	3.9022	10.5973	- 10.8117	+ 3.6878
8'	0	0		

4) Línea de influencia de M_x para la sección 5.

$$M_x = M + H_y - V_x - M_o$$

$$\begin{cases} y = 533.08 - 455 = & 78.08 \\ x = & 1100 \end{cases}$$

Línea de influencia de M_x para sección 5

SECCIÓN 5.

Fuerza en	+ M	+ Hy	- Vx	- Mo	Mx
8	1760	0	- 1100	- 660	0
7	1543.9022	4.1773	- 1090.9910	- 440	+ 17.0885
6	1333.6110	15.2959	- 1064.5470	- 220	+ 64.3599
5	1138.3510	31.2632	- 1019.1610	...	+ 150.4532
4	954.0998	49.8775	- 953.4250	+ 50.5523
3	784.6635	69.0540	- 869.5390	- 15.8215
2	630.5915	83.6315	- 771.4520	- 57.2290
1	492.8492	94.1098	- 663.5640	- 76.6050
0	373.3186	97.8499	- 550	- 78.8315
1'	272.8492	94.1098	- 436.5460	- 69.5870
2'	190.5915	83.6315	- 328.5480	- 54.3250
3'	124.6635	69.0540	- 230.4610	- 36.7435
4'	74.0998	49.8775	- 146.5750	- 22.5977
5'	38.3510	31.2632	- 80.8390	- 11.2248
6'	13.6110	15.2959	- 35.4530	- 6.5461
7'	3.9028	4.1773	- 9.0098	- 0.9297
8'	0	0	0	0

5) Línea de influencia de M_x para la sección 4.

$$M_x = M - H_y - V_x - M_o$$

Obsérvese que cambia el signo de H_y , en vista de que la sección 4 está sobre el eje $x \circ x$.

$$\begin{cases} x = 880 \\ y = 550 - 533.08 = 16.92 \end{cases}$$

SECCIÓN 4.

Fuerza en	+ M	- Hy	- Vx	- Mo	Mx
8	1760.	0	- 580	- 880	0
7	1543.9022	- 0.9052	- 872.7918	- 660	+ 10.3042
6	1333.6110	- 3.3146	- 851.6376	- 440	+ 38.6588
5	1138.3510	- 6.7748	- 815.3288	- 220	+ 93.2474
4	954.0998	- 10.8085	- 762.7400	+ 180.5513
3	784.6635	- 14.9641	- 695.6312	+ 74.0682
2	630.5915	- 18.1230	- 617.1616	- 4.6931
1	492.8492	- 20.3937	- 530.7632	- 58.8077
0	373.3186	- 21.2041	- 440	- 87.8855
1'	272.8492	- 20.3937	- 349.2368	- 96.7813
2'	190.5915	- 18.1230	- 262.8384	- 90.3699
3'	124.6635	- 14.9641	- 184.3688	- 74.6674
4'	74.0998	- 10.8085	- 117.2600	- 53.9687
5'	38.3510	- 6.7748	- 64.6712	- 33.0950
6'	13.6110	- 3.3146	- 28.3624	- 18.0660
7'	3.9022	- 0.9052	- 7.2072	- 4.2103
8'	0	- 0	

6) Línea de influencia de M_x para sección 3.

$$M_x = M - H_y - V_x - M_o$$

$$\begin{cases} x = 660 \\ y = 620 - 533.08 = 86.92 \end{cases}$$

SECCIÓN 3.

Fuerza en	+ M	- Hy	- Vx	- Mo	Mx
8	1760	0	- 660	- 1100	0
7	1543.9022	- 4.6502	- 654.5946	- 880	+ 46574
6	1333.6110	- 17.0276	- 638.7282	- 660	+ 17.8552
5	1138.3510	- 34.8028	- 611.4966	- 440	+ 52.0516
4	954.0998	- 55.5245	- 572.0550	- 220	+ 106.5203
3	784.6635	- 76.8721	- 521.7234	+ 186.0680
2	630.5915	- 93.1000	- 462.8712	+ 74.6203
1	492.8492	- 104.7647	- 398.0724	- 9.9879
0	373.3186	- 108.9281	- 330	- 65.6095
1'	272.8492	- 104.7647	- 261.9276	- 93.8431
2'	190.5915	- 93.1000	- 197.1288	- 99.6373
3'	124.6635	- 76.8721	- 138.2766	- 90.4852
4'	74.0998	- 55.5245	- 87.0450	- 69.3697
5'	38.3510	- 34.8028	- 48.5034	- 44.9552
6'	13.6110	- 17.0276	- 21.2718	- 24.6884
7'	3.9022	- 4.6502	- 5.4054	- 6.1534
8'	0	0	0

7) Línea de influencia de M_x para sección 2.

$$M_x = M - H_y - V_x - M_o$$

$$\begin{cases} x = 440 \\ y = 665 - 533.08 = 131.92 \end{cases}$$

SECCIÓN 2

Fue. za en	+ M	- Vx	- Hy	- Mo	Mx
8	1760	- 440	0	- 1320	0
7.	1543.9022	- 436.3964	- 7.0577	- 1100	+ 0.4481
6	1333.6110	- 425.8188	- 25.8431	- 880	+ 1.9491
5	1138.3510	- 407.6644	- 52.8208	- 660	+ 17.8658
4	954.0998	- 381.3700	- 84.2705	- 440	+ 48.4593
3	784.6635	- 347.8156	- 116.6700	- 220	+ 100.1779
2	630.5915	- 308.5808	- 141.2995	+ 180.7112
1	492.8492	- 265.3816	- 159.0032	+ 68.4644
0	373.3186	- 220	- 165.3221	- 12.0035
1'	272.8492	- 174.6184	- 159.0032	- 60.7724
2'	190.5915	- 131.4192	- 141.2995	- 82.1272
3'	124.6635	- 92.1844	- 116.6700	- 84.1909
4'	74.0998	- 58.6300	- 84.2705	- 68.8007
5'	38.3510	- 32.3356	- 52.8208	- 46.8054
6'	13.6110	- 14.1812	- 25.8431	- 26.4133
7'	3.9022	- 3.6036	- 7.0577	- 6.7591
8'	0	- 0	0

8) Línea de influencia de M_x para sección 1.

$$M_x = M - H_y - V_x - M_o$$

$$\begin{cases} x = 220 \\ y = 690 - 533.08 = 156.92 \end{cases}$$

SECCIÓN 1.

Fuerza en	+ M	- Vx	- Hy	- Mo	Mx
8	1760	- 220	0	- 1 540	0
7	1543.9022	- 218.1982	- 8.3952	- 1 320	- 2.6912
6	1333.6110	- 212.9090	- 30.7406	- 1 100	- 10.0386
5	1138.3510	- 203.8320	- 62.8308	- 880	- 8.3118
4	954.0998	- 190.6850	- 100.2405	- 660	+ 3.1743
3	784.6635	- 173.9078	- 138.7800	- 440	+ 31.9757
2	630.5915	- 154.2904	- 168.0770	- 220	+ 88.2241
1	492.8492	- 132.6908	- 189.1357	+ 171.0227
0	373.3186	- 110	- 196.6521	+ 66.6665
1'	272.8492	- 67.3092	- 189.1357	- 3.5957
2'	190.5915	- 65.7096	- 168.0770	- 43.1951
3'	124.6635	- 46.0922	- 138.7800	- 60.2087
4'	74.0998	- 29.3150	- 100.2405	- 55.4557
5'	38.3510	- 16.1678	- 62.8308	- 40.6476
6'	13.6110	- 7.0906	- 30.7406	- 24.2202
7'	3.9022	- 1.8018	- 8.3952	- 6.2948
8'	0	0			

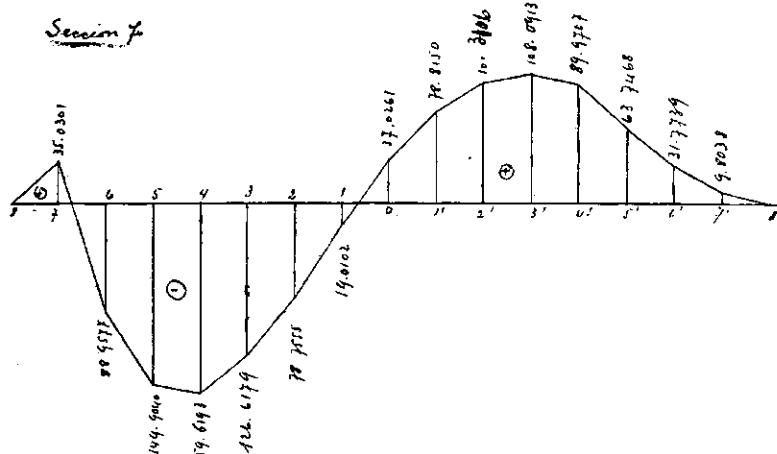
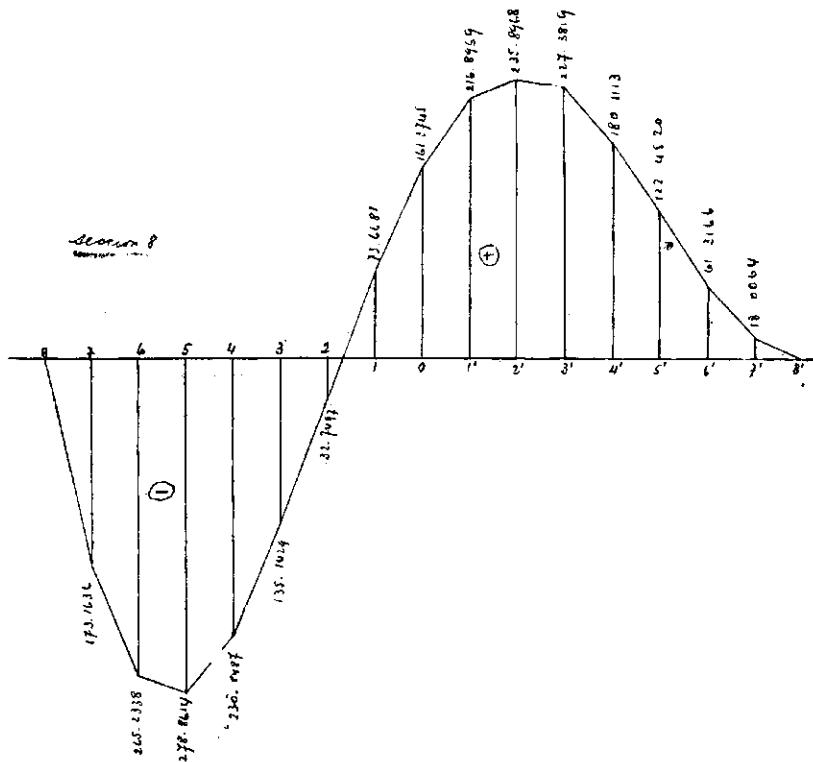
9) Línea de influencia de M_x para sección 0.

$$M_x = M - H_y - M_o$$

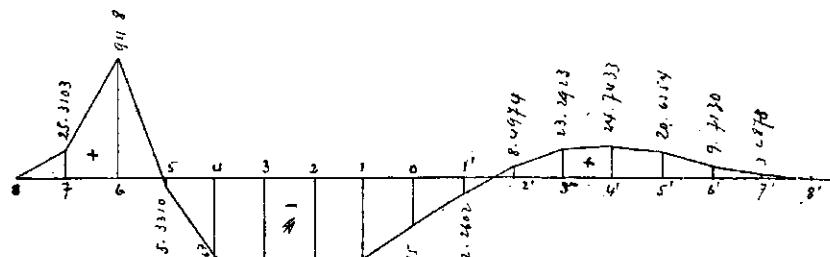
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 700 - 533.08 = 166.92 \end{cases}$$

SECCIÓN 0.

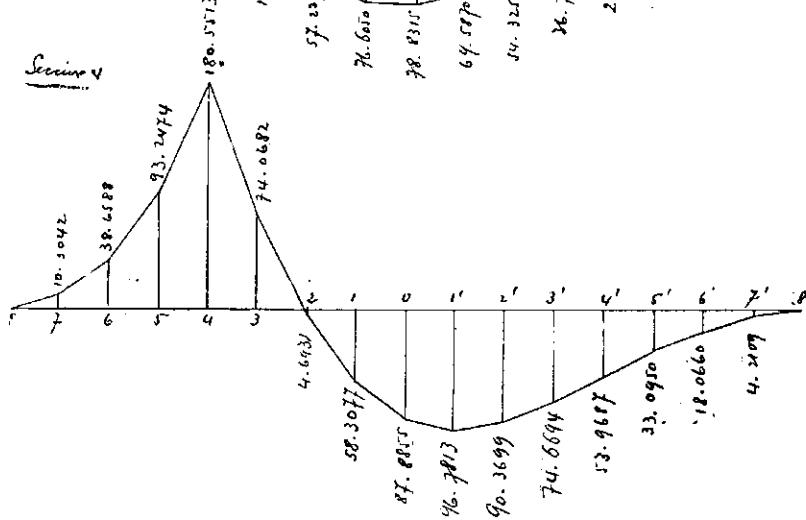
Fuerza en	+ M	- Hy	- Mo	Mx
8	1760	- 0	- 1760	0
7	1543.9022	- 8.9302	- 1540	- 5.0280
6	1333.6110	- 32.6996	- 1320	- 19.0885
5	1138.3510	- 66.8348	- 1100	- 28.4838
4	954.0998	- 106.6285	- 880	- 32.5287
3	784.6635	- 147.6247	- 660	- 22.9606
2	630.5915	- 178.7880	- 440	+ 11.8035
1	492.8492	- 201.1887	- 220	+ 71.6605
0	373.3186	- 209.1841	+ 164.1345
1'	272.8492	- 201.1887	+ 71.6605
2'	190.5915	- 178.7880	+ 11.8035
3'	124.6635	- 147.6241	- 22.9606
4'	74.0998	- 106.6285	- 32.5287
5'	38.3510	- 66.8348	- 28.4838
6'	13.6110	- 32.6996	- 19.0886
7'	3.9022	- 8.9302	- 5.0280
8'				



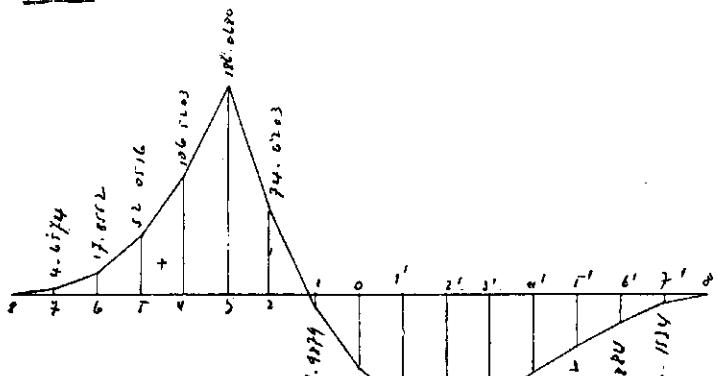
Sección 6



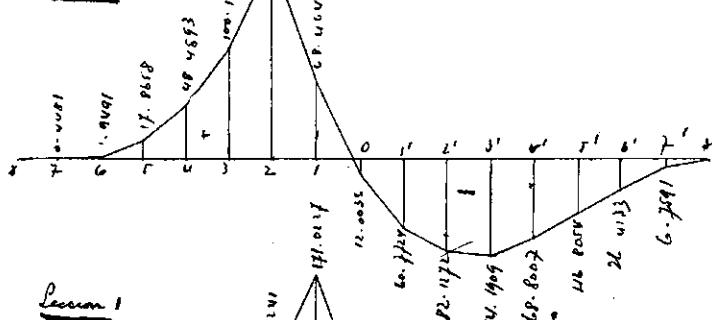
Sección 4



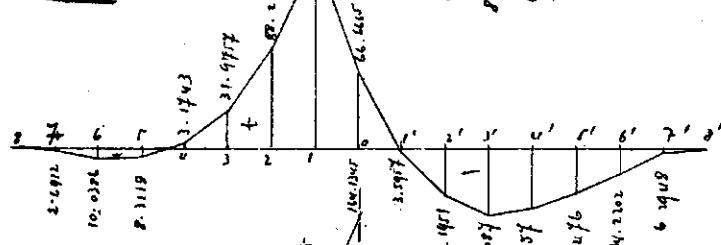
Lesson 3 (Máx. de influencia de M_x)



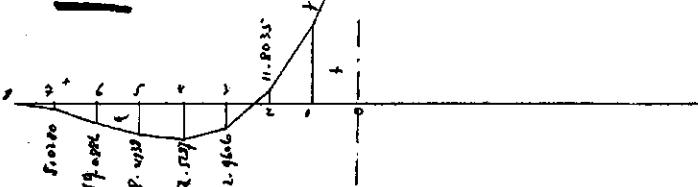
Lesson 2



Lesson 1



Lesson 0



DETERMINACIÓN DE LOS MOMENTOS

En página 427, se ve el tren de camiones y su vista trasversal, que es análoga a la figura.

Es preciso determinar primeramente la reacción máx. de las fuerzas P sobre el plano de uno de los arcos o nervios centrales.

La reacción más desfavorable corresponde a la posición de la figura con 2 camiones, uno al lado del otro,

$$R = 1.15 \times P$$

La reacción de las ruedas traseras es:

$$R_t = 1.15 \times 3.500 \text{ k.} = 4.025 \text{ kgs.}$$

La reacción de las ruedas delanteras es:

$$R_d = 1.15 \times 1.5 = 1725 \text{ kgs.}$$

La suma de estas reacciones es 5 750 kgs.

Ahora bien, como cada camión ocupa un largo de 6.40 mts. (Véase fig. 2) podremos suponer que a cada metro de arco corresponde una carga de $\frac{5750}{6.4} = 900$ kgs. Los pilares que transmiten las cargas a los arcos están a 2.20 mts., lo que quiere decir, según esta hipótesis, que cada pilar va a transmitir un esfuerzo de 2.2×900 kgs. = 1980 kgs., o sea, en números redondos de 2000 kgs.

Por otra parte, esto equivale a una carga uniforme de $\frac{2000}{2.2 \times 1.5} = 600$ kgs. por m^2 , que es una carga considerable.

En suma, supondremos que la carga rodante se reduce a cargas concentradas de 2000 kgs. por pilar, y para encontrar los momentos máximos, tomaremos las agrupaciones de 2000 kgs. que nos den los valores máximos usando las líneas de influencia que se han calculado y dibujado en páginas anteriores.

$$\begin{aligned} \text{Sección 8. } M_8^{\text{carga rodante}} &= + 2000 \times 1297 = \{ + 25940 \text{ kmts.} \\ &- 2000 \times 1116 = \{ - 22320 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sección 7. } M_7^{\text{c.r.}} &= + 2000 \times 556 = \{ + 11120 \text{ kmts.} \\ &- 2000 \times 623 = \{ - 12460 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\text{Sección 6. } M_6^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 211 = \{ + 4220 \text{ kgmts.} \\ - 2000 \times 348 = \{ - 7960 \rightarrow$$

$$\text{Sección 5. } M_5^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 281 = \{ + 5620 \text{ kmts.} \\ - 2000 \times 432 = \{ - 58640$$

$$\text{Sección 4. } M_4^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 396 = \{ + 7920 \text{ kmts.} \\ - 2000 \times 522 = \{ - 10440 \rightarrow$$

$$\text{Sección 3. } M_3^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 439 = \{ + 8780 \text{ kmts.} \\ - 2000 \times 505 = \{ - 10100 \rightarrow$$

$$\text{Sección 2. } M_2^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 417 = \{ + 8340 \text{ kmts.} \\ - 2000 \times 388 = \{ - 7760 \rightarrow$$

$$\text{Sección 1. } M_1^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 360 = \{ + 7200 \text{ kmts.} \\ - 2000 \times 254 = \{ - 5080 \rightarrow$$

$$\text{Sección 0. } M_0^{\text{c. r.}} = + 2000 \times 332 = \{ + 6640 \text{ kmts.} \\ - 2000 \times 215 = \{ - 4300 \rightarrow$$

VALOR DE LOS ESFUERZOS NORMALES $N_x^{\text{carga rodante}}$

Tomaremos como valor de N_x , del mismo modo que lo hemos hecho para el caso de las cargas del peso muerto, el lado correspondiente del polígono funicular para el caso de la carga que produce el M_x máximo en cada sección.

Tomemos el caso de la sección 8 y supongamos que en figura .. se ha construido el polígono de fuerzas para el caso en que el M_x^8 da un valor máximo negativo y que corresponde, según se desprende de la línea de influencia de sección 8, a cargar con 2000 k. las secciones de 8 a 2. Antes que nada es preciso determinar los valores de H y V para este caso de carga:

(Línea de influencia de pág. 446)

$$H_+^{\text{c. r.}} = \left(0,0535 + 0,1959 + 0,4004 + 0,6388 + 0,8844 + 1,0711 \right) 2000 = \underline{\underline{6488 \text{ k.}}}$$

$$V_{+}^{e.r.} = \left(\frac{6.250}{1 + 0.9918 + 0.96777 + 0.92651 + 0.86675 + 0.79049 + 0.70132} \right) 2000 = \underline{\underline{12600}}$$

Para el caso de M_x máx. — se tiene que cargar desde 1 a 8

$$H_{-}^{e.r.} = \left(\frac{6.9079}{3.2441 + 1.2053 + 1.2532 + 1.2053} \right) 2000 = \underline{\underline{13815,8}} \text{ kgs.}$$

$$V_{-}^{e.r.} = \left(0.60314 + 0.50000 + 0.39686 + 0.29868 + 0.20951 + 0.13325 + 0.07349 + 0.03223 + 0.0081907 \right) 2.000 = \underline{\underline{3500}} \text{ kgs.}$$

Supongamos que el polígono funicular de la figura α corresponda al polígono de fuerzas de figura β . En sección 8 se puede tomar como fuerza normal el valor a_8 que es paralelo a a'_8 . En realidad, este valor es algo mayor que el efectivo; pero puede despreciarse la diferencia ya que favorece el cálculo

$$N_8^{e.r.} = 14\,000 \text{ kgs. para el caso de } M_x^+ \text{ máx.}$$

En el caso de M_x^- máx. en pág., se ha hecho la misma construcción. El valor de a_8 es igual a 14 000 k.

$$N_8^{e.r.} = 14\,000 \text{ para el caso de } M_x^- \text{ máx.}$$

Sección 7

Calcularemos los valores de H y V correspondientes a los casos de M_x máximos + y -.

$$\text{Caso de } M_x^-: H = 4.3959 \times 2000 = 8791,8 = 8791 \text{ kgs.}$$

$$\text{Fuerzas 6, 5, 4, 3, 2, 1 } V = 4.85598 \times 2000 = 9711,96 = 9712 \text{ »}$$

$$N_0^7 = 13\,000 \text{ k.}$$

Caso de M_x^+ máx.

Fuerzas 8, 7 0 a 8

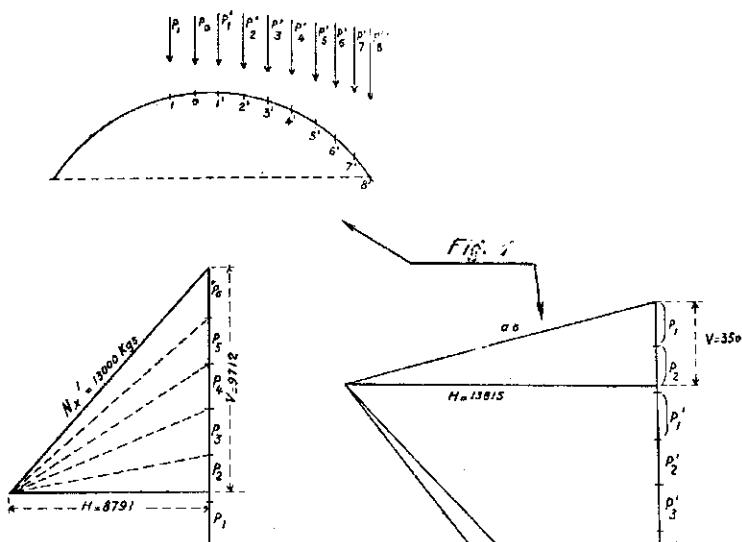
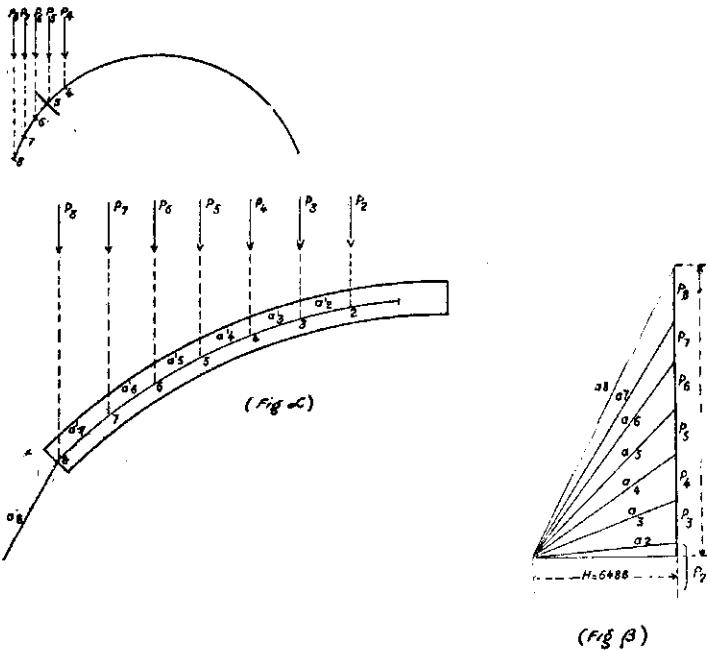


Fig. 2



$N_x^7 = 13000 \text{ Kgs}$

$$H = \left(\frac{5.7561}{0.0535 + 0.0535 + 0.1959 + 0.4004 + \overbrace{0.6388 + 0.8844 + 1.0711 + 1.2053 + 1.2532}^{2000}} \right)$$

$$2000 = \underline{\underline{11512 \text{ kgs.}}}$$

$$V = (1.6500 + 1.9918) 2000 = 2.64 \times 2000 = \underline{\underline{7280 \text{ kgs.}}}$$

$$N_x^7 = 12.500 \text{ para el caso de } M_x +$$

Sección 6

Caso de $M_x -$

Fuerzas 5 — 1'

$$H = (5.4532 + 1.2053) 2000 = 6.6585 \times 2000 = 13317 \text{ kgs.}$$

$$V = (4.39 + 0.39686) 2000 = 4.78686 \times 2000 = 9573.7 \rightarrow$$

$$N_x^6 = 16\,000 \text{ k. para el caso de } M_x -$$

Caso de $M_x +$

Fuerzas 8 -- 6 2' — 8'

$$H = (0.2494 + 3.2441) 2000 = 3.4935 = 6987 \text{ k.}$$

$$V = (2.96 + 0.75) 2000 = 3.71 = 7420 \rightarrow$$

$$N_x^6 = 8000 \text{ k. para } M_x +$$

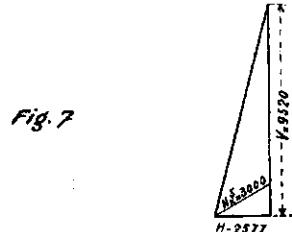
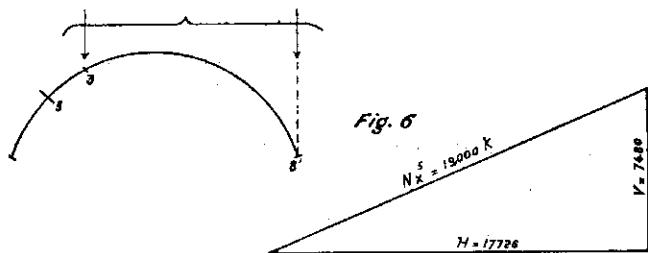
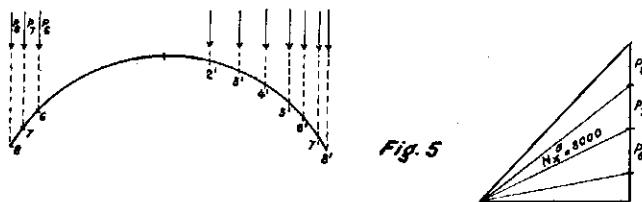
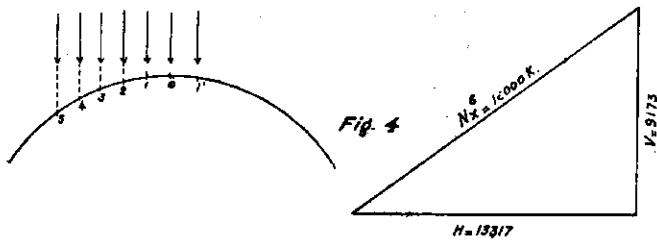
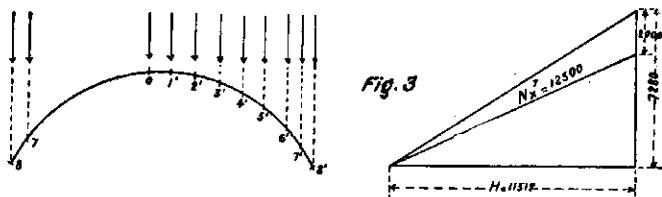
Sección 5

Para $M_x -$

Fuerzas 3 — 8'

$$H = (5.7026 + 3.1608) 2000 = 8.8634 \times 2000 = 17.726$$

$$V = (1.65 + 2.09) 2000 = 3.74 \times 2000 = 7.480$$



Para $M_x +$

Fuerzas 8 - 4

$$H = 1.2886 \times 200 = 2577 \text{ k.}$$

$$V = 4.76 \times 2000 = 9520 \rightarrow$$

$$N_x^5 = 3000 \text{ para } M_x +$$

Sección 4

Para $M_x -$

Fuerzas 2 - 8'

$$H = (5.7026 + 1.0711 + 1.2053) 2000 = 7.979 \times 2000 = 15950 \text{ k.}$$

$$V = (1.65 + 0.7040.40) 2000 = 2.95 = 2000 = 5900 \rightarrow$$

$$N_x^4 = 17000 \text{ k. para } M_x --$$

Para $M_x +$

Fuerzas 8 - 3

$$H = 2.173 \times 2000 = 4346 \text{ kgs.}$$

$$V = \left(\frac{5.46}{4.76 + 0.70} \right) = 2000 = 10920 \text{ kgs.}$$

$$N_x^4 = 5400 \text{ para } M_x +$$

Sección 3

Para $M_x -$

Fuerzas 1 - 8'

$$H = (5.7026 + 1.2053) 2000 = 6.9079 \times 2000 = 13815.8$$

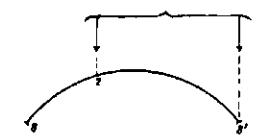


Fig. 8

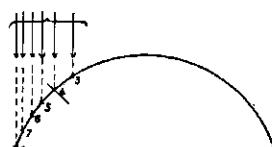
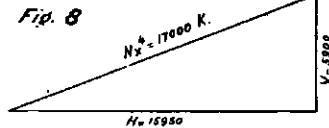


Figura 9

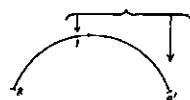
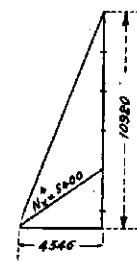


Figure 10

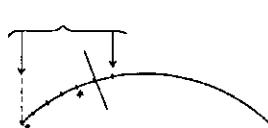
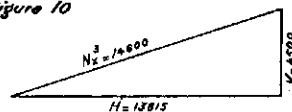


Figura 11

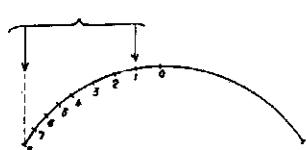
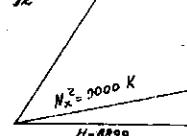
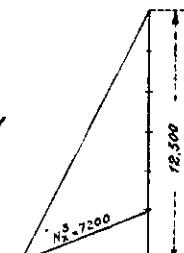


Figura 12



$$V = (1.65 + 0.60) 2000 = 2.25 \times 2000 = 2500$$

$$N_x^3 = 14\,600 \text{ k.}$$

Para $M_x +$

Fuerzas 8 — 2

$$H = (2.173 + 1.0711) 2000 = 3.244 \times 2000 = 6488 \text{ k.}$$

$$V = 6.25 + 2000 = 12\,500 \text{ k.}$$

$$N_x^3 = 7\,200 \text{ para } M +$$

Sección 2

Para $M_x +$

Fuerzas 8 — 1

$$H = (3.2440 + 1.2053) 2000 = 4.4493 \times 2000 = 8899 \text{ k.}$$

$$V = 6.25 + 0.60) 2000 = 6.85 \times 2000 = 13\,700 \text{ kg.}$$

$$N_x = 9000 \text{ kgs. para } M_x +$$

Para $M_x -$

Fuerzas 0 — 8'

$$H = 5.7026 \times 2000 = 11\,405$$

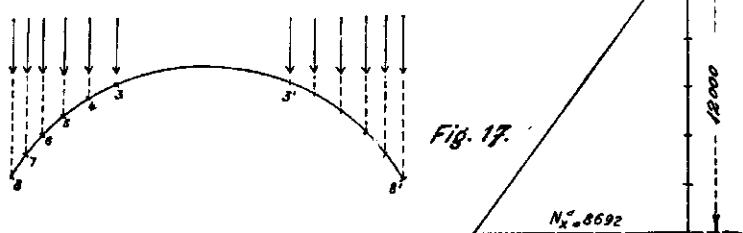
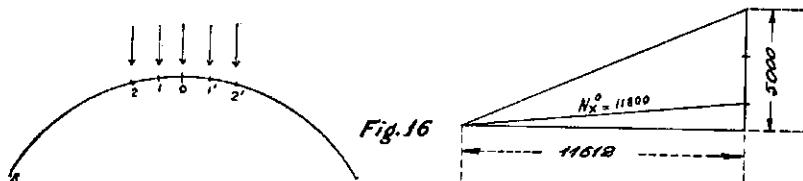
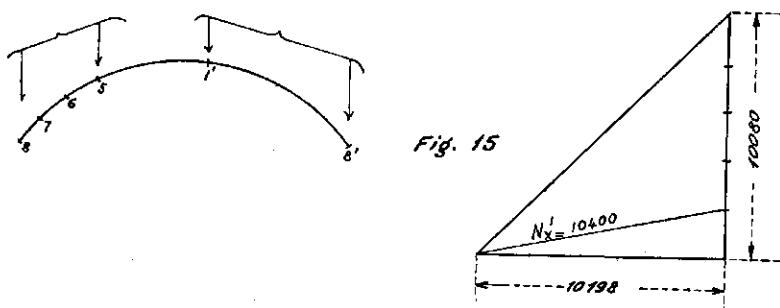
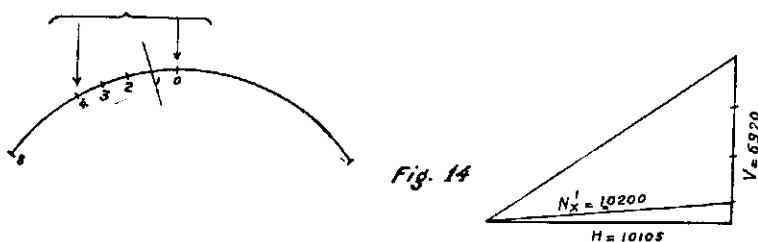
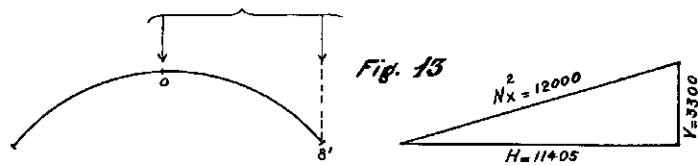
$$V = 1.65 \times 2000 = 3\,300$$

Sección 1

Para $M_x +$

Fuerzas 4 — 0

$$H = 5.0528 \times 2000 = 10\,105$$



$$V = 3.46 \times 2000 = 6920$$

$$N_x^1 = \text{para } M_x + = 10200$$

Para $M_x -$

Fuerzas 8 — 5

$$1' — 8'$$

$$H = \left(0.6498 + 4.4494 \right) \times 2000 = 10198.4$$

$$V = \left(\quad 5.04 \quad \right) \times 2000 = 10.080 \text{ k.}$$

$$N_x^1 \text{ para } M_x — = 10400$$

Sección 0

Para $M_x +$

Fuerzas 2 — 2'

$$H = \left(4.5528 + 1.2522 \right) 2000 = 11.612$$

$$V = 2.5 \times 2000 = 5000$$

$$N_x^0 = 11800 \text{ para } M_x +$$

Para $M_x -$

Fuerzas 8 — 3

$$y 8 — 3'$$

$$H = 2.173 \times 2 \times 2000 = 8692 \text{ k.}$$

$$V = 6 + 2000 \quad 12000$$

$$N_x^0 = 3690 \text{ para } M_x —$$

RESUMEN DE LA SOLICITACION CORRESPONDIENTE A LA CARGA RODANTE

SECcIONES		M en kgmts.		N_x en kgms.		F en cm ²		$\frac{M}{I}$		$\frac{N}{F}$ k / cm ²		$\frac{N}{F}$ k / cm ²		T en k/cm ²	
	(Fibra inferior)	X	(Fibra superior)	+ $a M_x$	- $a M_x$	(correspondiente)	(correspondiente)	J en cm ⁴	F en cm ²	$\frac{M}{V}$	I de fibra	$\frac{N}{F}$ de fibra	$\frac{N}{F}$ de fibra	$\frac{N}{F}$ de fibra	$\frac{N}{F}$ de fibra
8	22 320	25 940	14 000	14 000	10 600 000	7 100	12.6	14.7	2.	2.	8. 10.6	i. 12.7	(c) 16.7	(c) 16.7	176 666
7	12 460	11 120	13 000	12 500	9 070 000	6 880	7.1	7.	1.9	1.8	s. 9.6	i. 8.8	(c) 5.2	(c) 5.2	162 000
6	7 960	4 220	16 000	8 000	6 820 000	6 150	6.1	3.2	2.6	1.3	i. 8.7	(c) 4.5	s. 1.9	(c) 1.9	130 000
5	8 640	5 620	19 000	3 000	4 900 000	5 370	8.8	5.7	3.5	0.5	i. 12.3	(c) 6.2	(c) 5.2	(c) 5.2	98 000
4	10 440	7 920	17 000	5 500	4 200 000	5 13C	11.3	8.6	3.3	1.	s. 5.3	i. 14.6	s. 9.6	(c) 9.6	92 000
3	10 100	8 788	14 600	7 200	3 900 000	5 070	11.6	10.	2.8	1.4	i. 8.8	(c) 8.6	i. 11.6	(c) 11.6	87 000
2	7 760	8 540	12 000	9 000	3 520 000	5 000	9.1	9.8	2.4	1.8	s. 6.7	i. 8.	s. 11.2	(c) 11.2	85 000
1	5 080	7 200	10 400	10 200	3 215 000	4 820	6.3	9.	2.2	2.2	i. 8.5	(c) 4.1	i. 6.8	(c) 6.8	80 000
0	4 300	6 600	8 690	11 800	3 053 000	4 750	5.6	8.7	1.8	2.4	i. 7.4	(c) 11.1	i. 6.3	(c) 6.3	76 000

Notas: i = fibra superior
 c = compresión
 t = tracción
 s = fibra superior

RESUMEN DE LAS TENSIO. EFECTO DE LA CARGA
RODANTE Y PESO PROPIO

Secciones	Fibra inferior				Fibra superior			
	Compresión máximo	Compresión mínimo	Tracción máximo	Tracción mínimo	Compresión máximo	Compresión mínimo	Tracción máximo	Tracción mínimo
8	29.4	2.1	No hay	No hay	25.3	...	2.	...
7	25.2	10.4	15.6	1.	Nó	Nó
6	23.8	13.2	12.8	4.8
5	23.3	9.8	16.4	4.9
4	28.6	6.4	20.6	3.
3	26.4	4.	22.8	2.6
2	22.5	3.	24.8	8.9
1	19.3	4.5	24.5	9.2
0	20.2	6.5	23.1	8.2

Las tensiones son en K por cm².

Hay sólo tracción de 2 K por cm² en sección 8. Esta sección se reforzará.

§. - V

ACCIÓN DE LA TEMPERATURA

El valor del empuje provocado por la temperatura es:

$$H^t = \frac{E \cdot a \cdot l}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J} + \int \frac{ds}{F}} \cdot T$$

$$E = 140\ 000$$

$$\alpha = 0.000\ 012$$

$$l = 3\ 520$$

$$\int \frac{y^2 ds}{J} + \int \frac{ds}{F} = 26.779\ 409$$

T = diferencia de temperatura. En la región se puede tomar con toda seguridad un diferencia no mayor de 30° .

$$H = \frac{140\ 000 \times 0.000\ 012 \times 3\ 520}{26.779\ 409}. T = \frac{5913}{26.8}. T$$

$$H = 221 \times T = 221 \times 30 = \mathbf{6600\ K}$$

Según se desprende de la fórmula general, el empuje obra en el eje de las X.

$$\begin{array}{ll} M_8^t = 6600 \times 5.3308 = 35200\ K & R_8^t = \frac{M V}{I} = 19.2; \frac{N_t}{P} = 0.5 \\ M_7^t = \rightarrow \times 3.4608 = 22800 \rightarrow & R_7^t = \rightarrow = 14.; \frac{N_t}{P} = 1. \\ M_6^t = \rightarrow \times 1.9808 = 13000 \rightarrow & R_6^t = \rightarrow = 10.; \rightarrow = 1. \\ M_5^t = \rightarrow \times 0.7808 = 5200 \rightarrow & R_5^t = \rightarrow = 5.2; \rightarrow = 1. \\ M_4^t = \rightarrow \times 0.1692 = 1116 \rightarrow & R_4^t = \rightarrow = 1.2; \rightarrow = 1. \\ M_3^t = \rightarrow \times 0.8692 = 5700 \rightarrow & R_3^t = \rightarrow = 6.5; \rightarrow = 1. \\ M_2^t = \rightarrow \times 1.3192 = 8700 \rightarrow & R_2^t = \rightarrow = 10.2; \rightarrow = 1. \\ M_1^t = \rightarrow \times 1.5692 = 10350 \rightarrow & R_1^t = \rightarrow = 12.9; \rightarrow = 1. \\ M_0^t = \rightarrow \times 1.6692 = 11000 \rightarrow & R_0^t = \rightarrow = 14.; \rightarrow = 1. \end{array}$$

Se ha tomado como valor uniforme de la tasa que provoca el esfuerzo normal el valor **I K** para abreviar; y no se ha tomado en cuenta el signo del esfuerzo, porque hay que ponerse en el caso de contracción y dilatación, o sea, siempre habrá que sumar el esfuerzo con los esfuerzos máximos obtenidos en página 575.

ESFUERZOS TOTALFS

	Carga rodante + p. muerto	Temperatura	Esfuerzo total
T ₈	= 29.4	+ 20.2	= 49.6 k/cm. ²
T ₇	= 25.2	+ 15.	= 40.2 ▷
T ₆	= 23.8	+ 11.	= 34.8 ▷
T ₅	= 23.3	+ 6.2	= 29.5 ▷
T ₄	= 28.6	+ 2.2	= 30.8 ▷
T ₃	= 26.4	+ 7.6	= 34. ▷
T ₂	= 24.8	+ 11.2	= 36. ▷
T ₁	= 24.5	+ 14.	= 38.5 ▷
T ₀	= 23.1	+ 15.	= 38.1 ▷

Hay sólo una tasa que sube apreciablemente de 40 K por cm.² y es la que se produce en sección 8. Por esto se reforzará la sección aquí poniendo 2 filas de barras de 1 1/4".

Con este resfuerzo el I vale en 8 =

$$\left. \begin{array}{l} J_8 = 12\ 550\ 000 \\ \Omega = 7\ 260 \end{array} \right\} \frac{I}{V} = 209\ 000 \text{ cm.}^3$$

$$R \text{ carga vertical} = \frac{31\ 000\ 00}{209\ 000} = 15.5 \text{ K/cm.}^2$$

$$R \text{ esfuerzo normal} = \frac{101\ 000}{7\ 160} = 14. \quad ▷$$

$$R_t \text{ carga} = \frac{35\ 200}{209} = 16.8 \quad ▷$$

$$R_t = 46. \text{ K/cm.}^2$$

Tasa aceptable en vista de que para los arcos centrales en realidad no está expuesto al calor.

No se ha indicado aqui el valor de la tensión en las armaduras por no alargar más este articulo; pero baste decir que todos ellos son inferiores a los límites admitidos.

PUENTE RIO BUENO

Sección longitudinal
Esc. 1:40

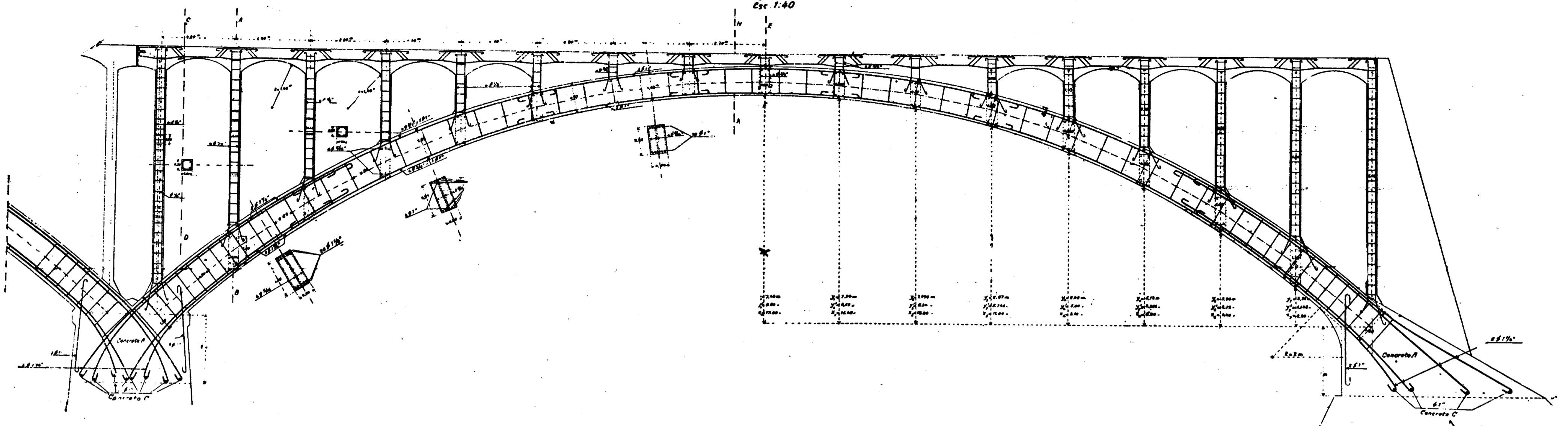


LÁMINA II

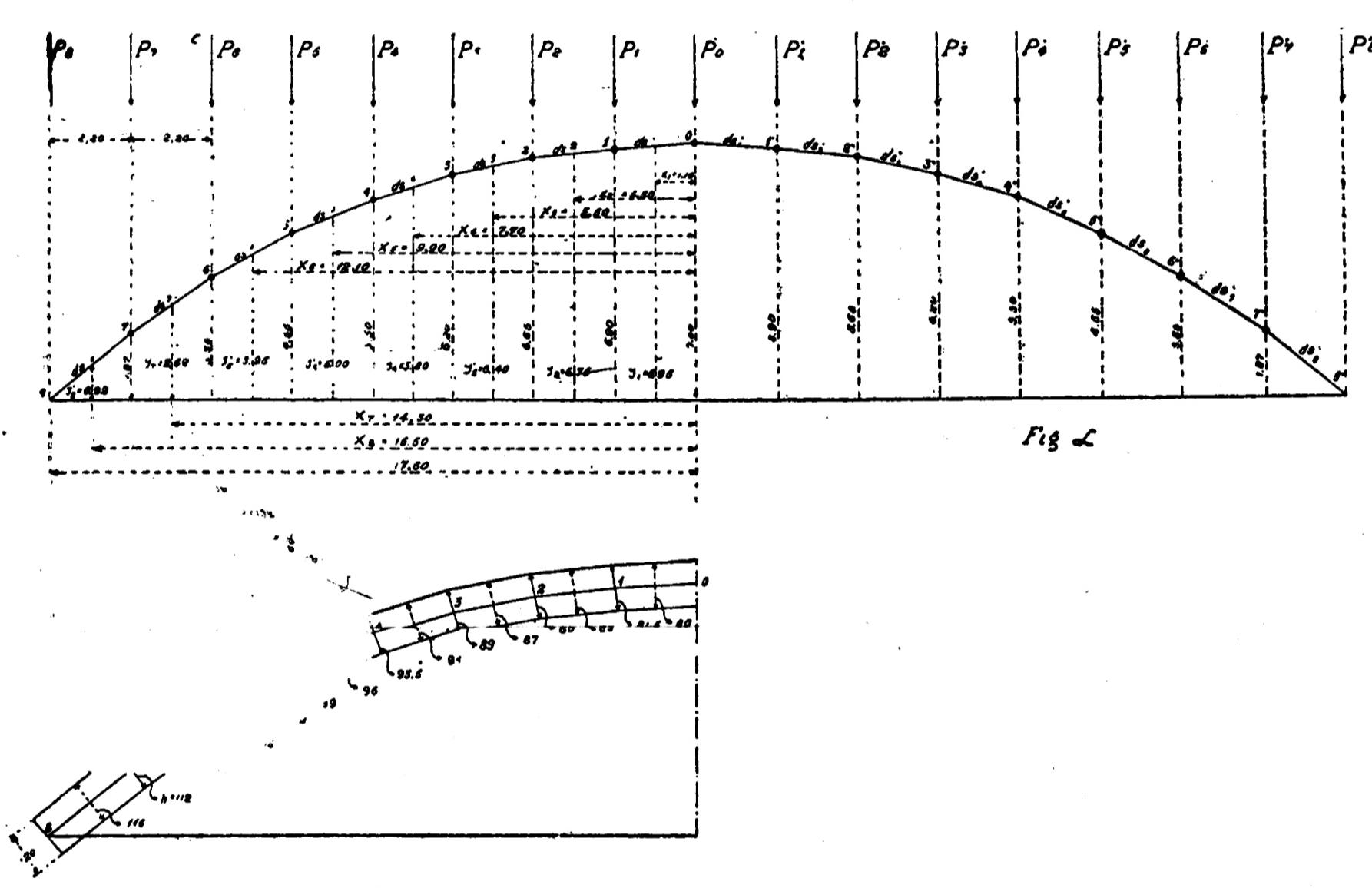


LÁMINA I

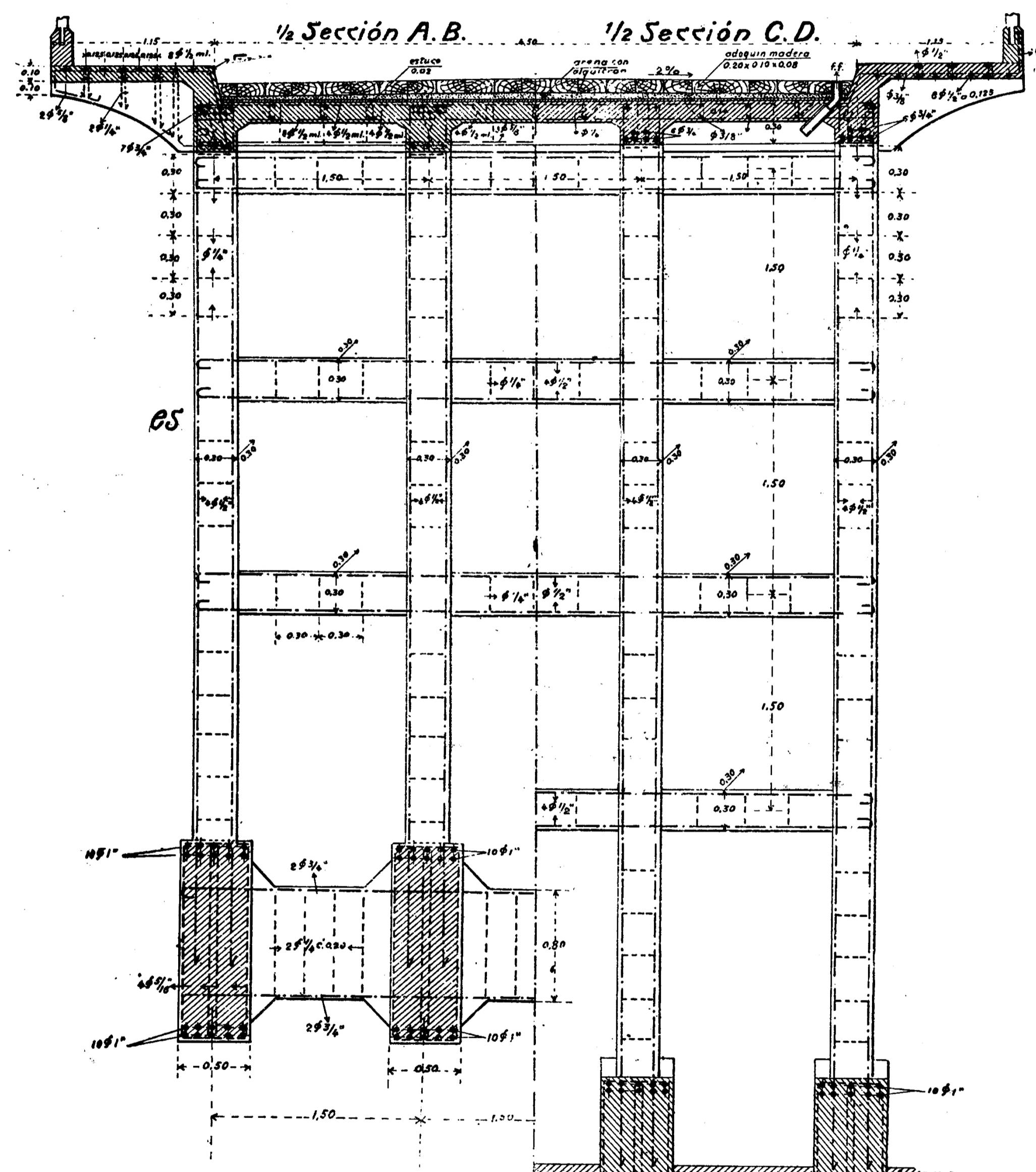


LÁMINA III

VISTA GENERAL DEL PUENTE RÍO BUENO

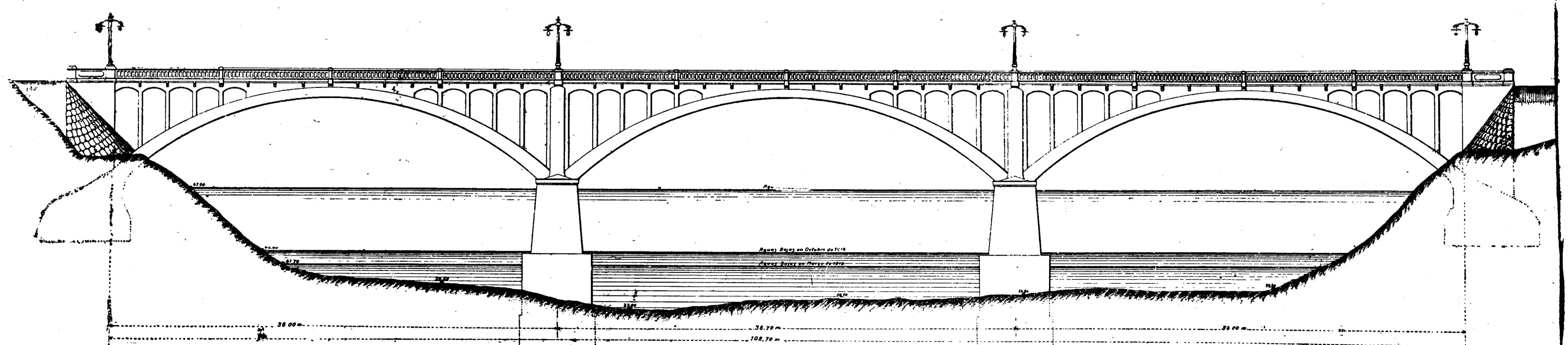


LÁMINA IV

CARLOS ALIENDE ARRAU.

ERNESTO BOSSIO.