# Generalidades sobre la distribución del gas de alumbrado y comparación con la distribución del agua potable

POR

ALFREDO DÉLANO FRÉDERICK

## III.—Fórmulas de cañerías de gas a alta presión

La fórmula fundamental (3) de escurrimiento en cañerías, establecida en la pág 152, se escribe:

$$J = \frac{4}{D} b_1' \cdot \rho \cdot u^2$$

Se debe recordar que en *cañerías de gas a alta presión la densidad $\rho$ varía sensiblemente de un punto a otro* (*). Pero según (3), J es proporcional a $\rho$; por consiguiente, *J también varía a lo largo de una cañería a alta presión.* Estas propiedades impiden aplicar directamente la fórmula (3) a un trozo de cañería de gas a alta presión de alguna longitud. Es posible, sin embargo, deducir una expresión

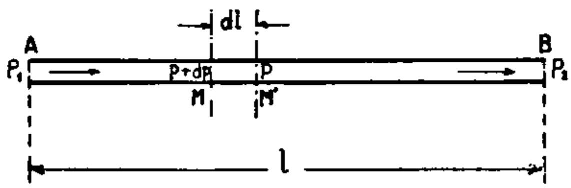


Fig. 6

que permite calcular el gasto conociendo las presiones en los extremos de la cañería.

Imaginemos para ésto una cañería a alta presión A B de longitud $l$: sea, $p_1$ la presión inicial y $p_2$ la final (ver fig. 6).

Consideremos dos secciones M y M' infinitamente vecinas: las densidades

(*) Ver definición al comienzo del capítulo III.

correspondientes $\rho$ y $\rho + d\rho$, difieren de una cantidad infinitamente pequeña y, por consiguiente, podemos aceptar como constante la densidad entre esas dos secciones. En estas condiciones no hay inconveniente para aplicar la fórmula (3) a ese trozo de longitud $dl$. Designando por $p + dp$ y $p$ las presiones en las dos secciones, la pérdida de carga $J.dl$ correspondiente a la longitud $dl$ valdrá $dp$; por consiguiente:

$$J = \frac{dp}{dl} \quad (*)$$

y la ecuación (3, aplicada al trozo M M' se escribirá:

$$J = \frac{dp}{dl} = \frac{4}{D} b_1' \cdot \rho \cdot u^2$$

Para integrar esta ecuación procuraremos expresar $\rho$ y $u$ en función de las variables $p$ y $l$.

En cañerías a alta presión se acostumbra considerar los gastos reducidos a la presión atmosférica $p_0$. Designemos, pues, por $Q_0$ el gasto reducido a la presión $p_0$ y a cierta temperatura de referencia $T_0$ (temperatura absoluta). Sean, además, $u_0$, $\rho_0$ la velocidad y densidad correspondientes a esa presión y temperatura. Finalmente, llamemos $T$ la temperatura en el trozo M M'. Con estas notaciones, la ecuación de los gases perfecots: $pv = RT$, permite escribir las relaciones siguientes:

$$\frac{p}{\rho T} = \frac{p_0}{\rho_0 T_0} \quad \text{de donde:} \quad \rho = \rho_0 \cdot \frac{p T_0}{p_0 T}$$

$$\text{y} \quad \frac{pu}{T} = \frac{p_0 u_0}{T_0} \quad \text{de donde:} \quad u = u_0 \cdot \frac{p_0 T}{p T_0}$$

Substituyendo los valores de $\rho$ y $u$ en la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{dp}{dl} = \frac{4}{D} b_1' \cdot \rho_0 \cdot \frac{p T_0}{p_0 T} \cdot u_0^2 \cdot \frac{p_0^2 T^2}{p^2 T_0^2}$$

o, simplificando y separando las variables $p$ y $l$:

$$p\,dp = \frac{4}{D} b_1\ \rho_0\ u_0^2 \cdot p_0\ \frac{T}{T_0} \cdot dl$$

* Para que J resulte positivo, se deben considerar positivas las longitudes en el sentido M'M o sea de B hacia A.

A fin de poder integrar, es necesario admitir que el coeficiente $b_1'$ y la temperatura T quedan constantes a lo largo de la cañería, condiciones que en realidad se verifican sólo aproximadamente (**). Efectuando la integración bajo estas suposiciones resulta:

$$\int_{p_2}^{p_1} p.\, d\, p = \frac{4}{D}\; b_1' . \rho_0 . u_0^2 . p_0 . \frac{T}{T_0} \int_0^e dl$$

o bien:

$$\frac{1}{2} \left( p_1^2 - p_2^2 \right) = \frac{4}{D}\; b_1 . \rho_0 . u_0^2 . p_0 . \frac{T}{T_0} . l$$

Conviene introducir la densidad relativa $s$ del gas en lugar de su densidad absoluta $\rho_0$ aprovechando la relación (7)—(ver pág. . .).

$$(7) \qquad \rho_0 = s . \rho_{aire}$$

$\rho_{aire}$ corresponde en este caso a la presión $p_0$ y temperatura $T_0$).
Substituyendo en la última ecuación, ésta se escribe:

$$\frac{1}{2} \left( p_1^2 - p_2^2 \right) = \frac{4}{D}\; b_1' . \rho_{aire} . s . u_0^2 . p_0 . \frac{T}{T_0} . l$$

Despejando $u_0$ se obtiene:

$$u_0 = \sqrt{\frac{T_0}{8\, b_1' . p_0 . \rho_{aire} . T}}\; \sqrt{\frac{D \left( p_1^2 - p_2^2 \right)}{s\, l}}$$

Reemplazando este valor de $u_0$ en la identidad:

$$Q_0 = \frac{\pi}{4}\, D^2\; u_0$$

---

**) El coeficiente $b_1'$ depende de la velocidad, y por consiguiente, varía a lo largo de una cañería de gas a alta presión Sin embargo, estas fluctuaciones deben ser pequeñas por tratarse de grandes velocidades. En efecto, las variaciones de $b_1'$ son poco pronunciadas para velocidades importantes. Más adelante insistiremos sobre este punto.

Respecto de la temperatura $T$, debe recordarse que el gas pasa por compresores antes de entrar a las cañerías a alta presión. Aunque los compresores están las más de las veces provistos de dispositivos de enfriamiento, es probable que el gas salga de ellos con una temperatura superior a la ordinaria, y, por lo tanto, debe enfriarse a medida que avanza a lo largo de las cañerías. De aquí resulta que el valor de $T$ varía también de un punto a otro en una cañería de gas a alta presión, pero seguramente estas variaciones no serán por lo general, importantes.

resulta:

$$Q_0 = \frac{\pi \sqrt{T_0}}{8 \sqrt{2\, b_1 . p_0 . \rho_{aire} . T}} . \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\, l}}$$

si se pone:

$$10) \qquad c = \frac{\pi \sqrt{T_0}}{8 \sqrt{2\, b_1 . p_0\, \rho_{aire} . T}}$$

se obtiene finalmente:

$$11) \qquad Q_0 = c \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\, l}}$$

*Esta expresión coincide con la mayor parte de las fórmulas dadas por diferentes investigadores para cañerías de gas a alta presión*, lo que hace suponer que estos investigadores se han apoyado en la deducción que precede *).

Antes de terminar este párrafo vamos a dar otra forma a la relación 10). Para ésto recordaremos que la ecuación de los gases perfectos:

$$p\, v = R\, T$$

puede escribirse $\frac{p}{\rho} = R\, T$

de donde $\rho = \frac{p}{R\, T}$

Como se sabe, $R$ es constante para cada gas.

Apliquemos al aire la última ecuación. La densidad $\rho_{aire}$ que figura en 10) corresponde a la presión $p_0$ y a la temperatura $T_0$; por consiguiente, se verifica:

$$\rho_{aire} = \frac{p_0}{R_a . T_0}$$

Substituyendo en (10) se obtiene después de simplificar:

$$(12) \quad c = \frac{T_0}{p_0 \sqrt{T}} . \frac{\pi \sqrt{R_a}}{8 \sqrt{2\, b_1}}$$

---

*) En los tratados de gas que hemos consultado se dan las fórmulas relativas a cañerías a alta presión sin ninguna deducción.

A continuación indicaremos las fórmulas más conocidas de cañerías de gas a alta presión, reducidas a las notaciones y unidades dadas en la pág... y a las siguientes:

$p_0$ = presión atmosférica en *metros* de agua;
$T_0$ = temperatura *absoluta* atmosférica (*grados centígrados*);
$T$ = temperatura *absolua* media del gas en la cañería (*grados centígrados*);
$Q_0$ = gasto en $m^3$ seg. medido a la presión $p_0$ y temperatura $T_0$;
$p_1$ = presión inicial absoluta del gas en *metros* de agua;
$p_2$ = presión final absoluta del gas en *metros* de agua;

FÓRMULA DE UNWIN.—(Inglaterra).

$$Q_2 = \frac{1\,690}{p_2 \sqrt{\xi}} \cdot \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\,l}}$$

$Q_2$ = gasto medido a la presión $p_2$

$\xi$ = coeficiente variable con el diámetro: $\xi = 1 + \frac{1}{23\,D}$

A la fórmula de Unwin se le puede dar la forma (11). En efecto, si se designa por $Q_0$ el gasto medido a la presión atmosférica $p_0$, la ley de Mariotte permite escribir:

$$Q_0 - Q_2 \cdot \frac{p_2}{p_0}$$

Substituyendo se obtiene:

$$Q_0 = \frac{1\,690}{p_0 \sqrt{\xi}} \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\,l}}$$

expresión que se identifica con (11 poniendo:

$$c - \frac{1\,690}{p_0 \sqrt{\xi}}$$

o bien:

$$c = \frac{1\,690}{p_0 \sqrt{1 + \frac{1}{23\,D}}}$$

Como se ve, según Unwin el coeficiente $c$ es inversamente proporcional a $p_0$, lo que está de acuerdo con la expresión (12) de $c$, que hemos deducido analitica mente.

FÓRMULA DE RÓBINSON.- (E.E. U.U.).

$$Q_0 = 9.824 \frac{T_0}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\,l}}$$

En este caso el coeficiente $c$ vale:

$$c = 9,824 \frac{T_0}{\sqrt{T}}$$

Róbinson admite, pues, para $c$ un valor proporcional a $\frac{T_0}{\sqrt{T}}$ lo que coincide con la expresión (12).

FÓRMULA DE COX.—(E.E. U.U.).

$$Q_0 = 145,2 \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\,l}}$$

Esta fórmula tiene la misma estructura de la expresión (11).

FÓRMULA DE PITTSBURG.—(E.E. U.U.).

$$Q_0 = 160,5 \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\,l}}$$

Igual a la de Cox, salvo el valor del coeficiente. Debemos observar que en la obra de donde copiamos esta fórmula (Hole, Distribution of Gas, pág. 38—edición de 1912), no se indica a qué presión debe considerarse el gasto. Sin embargo, es lógico que sea a la presión atmosférica que apenas difiere de la presión de utilización del gas. Por este motivo hemos afectado a Q del índice «o».

FÓRMULA DE OLIPHANT.—(E.E. U.U.).

$$Q = a \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{l}}$$

El coeficiente *a* varía con el diámetro.

La fórmula no indica a qué presión debe considerarse el gasto, a lo menos en la obra de donde la sacamos (Hole). Por la misma razón expuesta para la fórmula de Pittsburg, aceptaremos que el gasto corresponde a la presón atmosférica·

En la fórmula de Oliphant no figura la densidad. Admitiendo que esté cal. culada para s = 0,6 (valor aplicable a gas natural), se le puede dar la estructura de (11), para lo cual basta multiplicarla por la razón $\sqrt{\frac{0,6}{s}}$ que vale 1 según acabamos de aceptar.

$$Q_0 = a \sqrt{0,6} \, . \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{s\,l}}$$

o bien:

$$Q_0 = a \sqrt{\frac{0,6}{D^5}} \, . \sqrt{\frac{D^5 \left( p_1^2 - p_2^2 \right)}{s\,l}}$$

Si se pone:

$$c = a \sqrt{\frac{0,6}{D^5}}$$

resulta:

$$Q_0 = c \sqrt{\frac{D^5 \left( p_1^2 - p_2^2 \right)}{s\,l}}$$

que coincide con (11).

Para calcular los valores de *c* correspondientes a diferentes diámetros, basta introducir los coeficientes *a* que recomienda Oliphant para cáda diámetro. Así se obtiene:

$c$ = 151,3 para D = 0,1 m.
$c$ = 155,3 » D = 0,2 »
$c$ = 158,4 » D = 0,3 »
$c$ = 165,4 » D = 0,6 »
$c$ = 170,6 » D = 0,9 »

FÓRMULA DE LOWE.—(E.E. U.U.).

$$Q_0 = c' \sqrt{\frac{D^5 \left( p_1 - p_2 \right) p_1}{s\,l}}$$

A esta fórmula no se le puede dar la forma (11) que hemos deducido analíticamente.

El coeficiente $c'$ que figura en la fórmula de Lowe varía con el diametro. A continuación damos algunos valores de $c'$:

$c' = 196,9$ para $D = 0,1$ m.
$c' = 206,8$ » $D = 0,2$ »
$c' = 211,9$ » $D = 0,3$ »
$c' = 215,3$ » $D = 0,6$ »

## Comparación de las fórmulas de cañerías de gas a alta presión

Acabamos de ver que, transformando convenientemente las principales fórmulas propuestas para cañerías de gas a alta presión, todas ellas, salvo la de Lowe, pueden escribirse bajo la forma (11).

$$Q_0 = c \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{s\, l}}$$

que se dedujo analíticamente.

Excluyendo la mencionada fórmula de Lowe, podemos comparar los valores del coeficiente $c$ que corresponden a las demás fórmulas y que se encuentran resumidos en el cuadro siguiente:

CUADRO VI

| Fórmulas | Valores de c | |
|---|---|---|
| Unwin . . . . | $\dfrac{1\,690}{p_0 \sqrt{1 + \dfrac{1}{23\,D}}}$ | |
| Róbinson . . . . . | $9,824 \cdot \dfrac{T_0}{\sqrt{T}}$ | constante para diferentes diámetros |
| Cox . . . . . . . . . | 145,2 | » » |
| Pittsburg . . . | 160,5 | » » » » |
| Oliphant . . . . . | 151,3 para $D = 0,1$ m. | Valores de c obtenidos aceptando que la fórmula de Oliphant corresponde a gas de densidad $s = 0,6$. |
| » . . . . . | 155,3 » $D = 0,2$ » | |
| » . . . . . . | 158,4 » $D = 0,3$ » | |
| . . . . . | 165,4 » $D = 0,6$ » | |
| » . . . . | 170,6 » $D = 0,9$ » | |

INFLUENCIA DEL DIÁMETRO.—Aunque algunos investigadores aceptan para diferentes diámetros un valor constante de $c$ (Róbinson, Cox, Pittsburg), seguramente este coeficiente depende del diámetro de acuerdo con las fórmulas de Unwin y Oliphant.

INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD.—El cuadro VI muestra que en ninguna de las fórmulas de cañerias de gas a alta presión se considera el coeficiente $c$ variable con la velocidad. En realidad, la influencia de la velocidad sobre el valor de $c$ debe ser muy pequeña y difícil de apreciar. Efectivamente, en una cañería a alta presión la velocidad va creciendo a medida que el gas avanza y la presión disminuye. Como se ve, no se puede hablar en este caso de ***una velocidad.***

La expresión (12) deducida analíticamente que define $c$:

$$c = \frac{T_0}{p_0 \sqrt{T}} \cdot \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{R_n}{2 b_1'}}$$

fué obtenida aceptando que $b_1$ se mantiene constante de un punto a otro de la cañería, lo que equivale a aceptar que $b_1'$ no varía con la velocidad.

Aunque no se puede afirmar la efectividad de esta hipótesis, hay probabilidades de que se verifique. Desde luego, la ecuación (9)—pág. 161—nos dice que $b_1'$ es proporcional a $\frac{1}{K^2}$ lo que permite deducir las propiedades de $b_1'$ conociendo las de K. Ahora bien, según las experiencias traducidas en el gráfico—fig. 5—, se ve que el coeficiente K es sensiblemente variable para velocidades moderadas, pero tiende a quedar constante a medida que $u$ aumenta. Lo propio debe ocurrir con $b_1$ que es proporcional a $\frac{1}{K^2}$. Esta propiedad del coeficiente $b_1'$ también se observa en cañerias de agua, según se desprende de la fórmula de Lang (ecuación 6 de la pág. 159).

Hay base, pues, para creer que $b_1'$ *varía poco con los cambios de velocidad, siempre que se trate de velocidades superiores a unos 4 m/seg.* Si se considera que en cañerias a alta presión el gas escurre siempre a estas velocidades (superiores a 4 m/seg), se ve que el coeficiente $b_1'$ y con mayor razón $c$ que es proporcional a $\frac{1}{\sqrt{b_1}}$, pueden considerarse aproximadamente independientes de $u$.

VARIACIONES DE PRESIÓN Y TEMPERATURA.—La expresión (12) que fué deducida analíticamente, muestra que el coeficiente $c$ es inversamente proporcional a la presión atmosférica $p_0$ y proporcional a $\frac{T_0}{\sqrt{T}}$ ($T_0$ = temperatura absoluta atmosférica, T = temperatura absoluta media en la cañería).

En ninguna de las fórmulas del cuadro VI se establece simultáneamente el efecto de $p_0$ y de las temperaturas, pero según la fórmula de Unwin el coeficiente $c$ es inversamente proporcional a $p_0$ y según la de Róbinson, $c$ sería proporcional a $\frac{T_0}{\sqrt{T}}$. Según ésto, ambas fórmulas están de acuerdo con (12) pero en cada una se considera uno solo de los factores mencionados, que en la expresión (12) figuran simultáneamente.

---

Es útil saber para cada diámetro qué fórmula da para el coeficiente $c$ el mayor o el menor valor. Con este objeto hemos formado el cuadro VII. Como solamente en la fórmula de Unwin interviene la presión atmosférica y únicamente en la de Róbinson las temperaturas, hemos debido aceptar los siguientes valores de estas cantidades, a fin de poder comparar entre sí todas las fórmulas:

$p_0$ = 755 mm. de mercurio = 10,265 m. de agua, lo que corresponde a una altura de unos 50 m. sobre el mar.
$T_0 = 273 + 15 = 288^0$ (temperatura atmosférica).
$T = 273 + 20 = 293^0$ (temperatura media en la cañería).

CUADRO VII

| Diámetros | VALORES DE $c$ | | Diferencias |
|---|---|---|---|
| | Máximos | Mínimos | |
| 0,1 m. | 165,3 Róbinson | 137,5 Unwin | 20 % |
| 0,2 m. | 165,3 Róbinson | 145,2 Cox | 14 % |
| 0,3 m. | 165,3 Róbinson | 145.2 Cox | 14 % |
| 0,6 m. | 165,4 Oliphant | 145,2 Cox | 14 % |
| 0,9 m. | 170,6 Oliphant | 145,2 Cox | 17 ½ % |

VALORES DE $b_1'$.—De la relación (10):

$$c = \frac{\pi \sqrt{T_0}}{8 \sqrt{2 b_1' . p_0 \rho_{aire} . T}}$$

se deduce:

$$13) \qquad b_1' = \frac{T_0}{T} \cdot \frac{\pi^2}{128 \, p_0 \, \rho_{aire}} \cdot \frac{1}{c^2}$$

Aceptando para la presión atmosférica y temperaturas los valores:

$p_0$ = 755 mm. de mercurio = 10,265 m. de agua.
$T_0 = 273 + 15 = 288°$.
$T = 273 + 20 = 293°$.

se obtiene: $$\rho_{aire} = 1{,}293 . \frac{273}{288} . \frac{755}{760} = 1{,}218 \text{ kg/m}^3$$

Introduciendo en (13) estos valores, resulta:

$$b_1' = \frac{0{,}00606}{c^2}$$

Esta relación permite calcular $b_1'$ conociendo $c$ y muestra que, a los máximos de $c$ corresponden mínimos de $b_1'$ y vice versa. En virtud de esta propiedad, el Cuadro VII permite deducir el siguiente:

## Cuadro VIII

| Diámetros | Valores de $b_1'$ | | Diferencias |
|---|---|---|---|
| | Máximos | Mínimos | |
| 0,10 m. | $321.10^{-9}$ Unwin | $222.10^{-9}$ Robinson | 45 % |
| 0,20 m. | $288.10^{-9}$ Cox | $222.10^{9}$ Robinson | 35 % |
| 0,30 m. | $288.10^{-9}$ Cox | $222.10^{9}$ Robinson | 30 % |
| 0,60 m. | $288.10^{9}$ Cox | $221{,}5.10^{-9}$ Oliphant | 30 % |
| 0,90 m. | $288.10^{9}$ Cox | $208.10^{9}$ Oliphant | 39 % |

Más adelante compararemos estos valores con los que corresponden a cañerías de agua.

IV.—Fórmulas de cañerías de aire comprimido y vapor de agua.— Para hacer una comparación completa de las fórmulas de cañerías, habría que incluír el caso del escurrimiento del aire comprimido y el del vapor de agua. No abordaremos en detalle estos problemas que salen del tema general del presente trabajo. Daremos, sin embargo, algunas características pertinentes a estos casos.

Las ecuaciones referentes al escurrimiento del aire comprimido, se deducen aceptando las mismas hipótesis que sirven para establecer las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado. Otro tanto sucede con las fórmulas aplicables al transporte del vapor del agua, si no se toma en cuenta el efecto de las condensaciones. En estos dos casos aparece el coeficiente $b_1'$ que ya hemos definido al estudiar el escurrimiento del gas.

Tratándose de conducción de aire comprimido o vapor, se acostumbra escribir las ecuaciones en una forma algo diferente de la que se emplea para el gas de alumbrado. Por ejemplo, nó sería cómodo expresar la cantidad de fluído que pasa en la unidad de tiempo por el gasto medido a la presión atmosférica como se hace para cañerías de gas. En efecto, el aire comprimido y vapor, se utilizan a presiones elevadas, y, por este motivo, conviene introducir en las fórmulas *el peso que escurre en la unidad de tiempo*, lo que es independiente de la presión.

En el conocido manual alemán *Hütte* 1.er tomo, pág. 466-468, edición 21.ª), se pueden consultar las diferentes ecuaciones aplicables a los cálculos de transporte de aire comprimido y vapor de agua. En el mencionado manual se recomienda para el coeficiente $b_1'$ la fórmula de *Fritzsche*. Dicha fórmula, reducida a las unidades que hemos adoptado en el presente estudio (ver pág. 156), se escribe:

$$b_1' = \frac{234{,}7 \cdot 10^{-3}}{D^{0{,}269} \, (\rho \, u)^{0{,}148}}$$

(en realidad figura en *Hütte* un coeficiente $\beta$ que vale $4\, b_1'$).

De acuerdo con Fritzsche, esta expresión de $b_1'$ es aplicable a *cañerías de aire comprimido* y a *cañerías de vapor de agua saturado o recalentado.*

Vamos a hacer algunas observaciones referentes a la *fórmula de Fritzsche*

a *Influencia del producto $\rho\, u$.*—En la fórmula de Fritzsche, el valor de $b_1'$ depende únicamente del producto $\rho\, u$ para un diámetro dado. Ahora bien, en una cañería que conduce un fluido elástico sometido a la ley de Mariotte, el producto $\rho\, u$ es constante de un punto a otro. Resulta de aquí que según la fórmula de Frizsche, el coeficiente $b_1'$ permanece constante a lo largo de una cañería de aire comprimido o vapor (cañería sin servicio en camino). Esta circunstancia permite establecer una ecuación sencilla para el caso de una cañería de longitud importante, o mejor dicho, de una cañería entre cuyos extremos se mantiene una fuerte diferencia de presión. (En la deducción de la fórmula de cañerías de gas de alumbrado a alta presión se aceptó también que $b_1'$ quedaba constante para toda la cañería).

b) *Influencia de la densidad.*—En la fórmula de Fritzsche $b_1'$ es función de $\rho\, u$ y, por consiguiente, $b_1'$ *varía con $\rho$*. Esto último es contrario a la hipótesis fundamental, según la cual los rozamientos en cañerías de gas son proporcionales a $\rho$: si dicha hipótesis se verificase rigurosamente, $b_1'$ sería independiente de $\rho$.

Si se recuerda que en todas las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado—al menos en las que hasta hoy día han aparecido—se admite que $b_1'$ es independiente de la densidad, se ve que la fórmula de Fritzsche presenta una diferencia importante respecto de las fórmulas propuestas para cañerías de gas de alumbrado. Sin embargo, esta particularidad de la fórmula de Fritzsche no produce un efecto muy pronunciado sobre el valor de $b_1'$ siempre que $\rho$ queda dentro de los límites usuales en cañerías de aire o vapor. En efecto tomando como densidades extremas 1 kg m$^3$ y 10 kg m$^3$, los valores correspondientes de $b_1'$ difieren solamante en un 40 por cuanto $1^{-0{,}148} : 10^{-0{,}148} = 1{,}4$.

c) *Comparación con las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado.* — Fritzsche dice que la fórmula por él propuesta es válida para cañerías de aire y de vapor de agua. De aquí se deduce que los valores de $b_1'$ que corresponden al aire y al vapor, son iguales. Si este hecho es efectivo, es probable que los mismos coeficientes sean aplicables también a otros gases. Esto puede verificarse aproximadamente comparando la fórmula de Fritzsche con las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado. En realidad, no es posible hacer una comparación precisa por cuanto en las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado hasta hoy vía propuestas, el coeficiente $b_1'$ se considera independiente de $\rho$ y $u$, en tanto que en la fórmula de Fritzsche, dicho coeficiente es función de estas cantidades. En todo caso, con el auxilio de los coeficientes anotados en los cuadros V y VIII se puede llegar a las conclusiones que van a continuación.

Los valores de $b_1'$, calculados mediante la fórmula de Fritzsche, coinciden aproximadamente con los que se deducen de las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado, para los siguientes diámetros:

D=0,10 m. a 0,30 m. si se consideran cañerías de gas de alumbrado a baja presión ($\rho$=0,5 a 1 kg m³ ).

D=0,05 m. a 0,10 m. si se consideran cañerías de gas de alumbrado a alta presión, siempre que $\rho$ no pase de 5 kg m³ .

D 0,05 m. a 0 075 m. si se consideran cañerías de gas de alumbrado a alta presión y $\rho$ queda comprendido entre 5 y 10 kg m³ .

Para diámetros mayores que los ind cados, la fórmula de Fritzsche da valores de $b_1'$ más bajos que los que se aplican a cañerías de gas de alumbrado.

Estos resultados se han obtenido, introduciendo en la fórmula de Fritzsche las velocidades usuales en cañerías de gas (0,6 m seg. a 4 m seg para cañerías a baja presión y 5 a 20 m seg. para cañerías a alta presión).

En resumen: *para los diámetros y densidades más corrientes en cañerías de aire y vapor, los valores del coeficiente $b_1'$...que resultan aplicando la fórmula de Fritzsche, coinciden aproximadamente con los que se deducen de las fórmulas de cañerías de gas de alumbrado.*

## Resumen del estudio comparativo de las fórmulas de escurrimiento del gas de alumbrado y del agua en cañerías (*)

Hemos demostrado que las fórmulas de escurrimiento relativas a cañerías de agua, gas a baja presión y gas a alta presión, se deducen todas de la ecuación fundamental

$$1) \qquad J = \frac{4}{D} b_1' \cdot \rho \cdot u^2$$

En efecto, esta expresión, convenientemente transformada, permite escribir las fórmulas:

$$2) \; J = \frac{4}{D} . b_1 . u^2 \qquad \text{en que} \qquad b_1 = \rho_{agua} . b_1' \qquad (3)$$

$$4) \; Q = K \sqrt{\frac{D^5 H}{s\, l}} \qquad \text{en que} \qquad K = \frac{\pi}{8 \sqrt{b_1' \cdot \rho_{aire}}} \qquad 5)$$

$$6) \; Q_0 = c \sqrt{\frac{D^5 \left( p_1^2 - p_2^2 \right)}{s\, l}} \qquad \text{en que} \qquad c = \frac{\pi \sqrt{T_0}}{8 \sqrt{2\, b_1' \cdot p_0 \cdot \rho_{aire} \cdot T}} \qquad (7)$$

---

(*) En este párrafo, para mayor claridad, se dará nueva numeración a las fórmulas.

Las ecuaciones (4) y (6) se establecen aprovechando la relación conocida:

$$Q = \frac{\pi}{4} D^2 . u$$

La fórmula (2) es aplicable a *cañerías de agua.*

La fórmula (4) es aplicable a *cañerías de gas a baja presión* y

La fórmula (6) es aplicable a *cañerías de gas a alta presión.*

Los coeficientes $b_1$, $K$ y $c$ que figuran respectivamente en estas tres fórmulas han sido determinados experimentalmente por diferentes investigadores. Como estos tres coeficientes están relacionados con $b_1'$ por las ecuaciones (3), (5) y (7), es posible deducir de ellos los valores correspondientes de $b_1'$. Para ésto se debe despejar $b_1'$ en cada una de las tres ecuaciones últimamente mencionadas; así resulta:

de la ecuación (3): $$b_1' = \frac{b_1}{\rho_{agua}} \tag{8}$$

de la ecuación (5): $$b_1' = \frac{\pi^2}{64\, \rho_{aire}} \cdot \frac{1}{K^2} \tag{9}$$

de la ecuación (7): $$b_1' = \frac{T_0}{T} \cdot \frac{\pi^2}{128 . p_0 . \rho_{aire}} \cdot \frac{1}{c^2} \tag{10}$$

• Al examinar estas tres nuevas relaciones, es lógico que se ocurra *comparar entre sí los valores de $b_1'$ que se refieren a cada uno de los tres casos*: procuraremos hacer esta comparación.

Ante todo, conviene recordar que los coeficientes $b_1$, $K$ y $c$ dependen de la naturaleza de las paredes y diámetro de las cañerías, de la velocidad, temperatura y calidad del fluido, y probablemente sobre los dos últimos también influye la presión y temperatura atmosféricas. Algunos de estos factores resultan muy difíciles de precisar (como ser, el grado de rugosidad de las paredes de la cañería, y otros actúan en forma diferente según se trate de cañerias de gas o cañerias de agua por ejemplo, el efecto de la calidad del agua no puede compararse con el de la calidad del gas). Se comprende, pues, que sería ilusorio pretender efectuar una comparación *rigurosa* de los coeficientes $b_1'$, sobre todo basándose en los valores tan poco precisos de $b_1$, $K$ y $c$ que dan las fórmulas hasta hoy día propuestas, $b_1'$ (Especialmente las fórmulas relativas a cañerías de gas dejan mucho que desear.

En todo caso, ensayaremos la comparación de los valores de $b_1'$ que corresponden a cañerias de agua y de gas dentro de la escasa exactitud que es posible alcanzar.

Vamos a decir algunas palabras respecto de los diversos factores que es necesario considerar en la comparación.

NATURALEZA DE LAS PAREDES Y DEL FLUIDO.—Las paredes de las cañerías permanecen muy corto tiempo en el estado que tienen cuando nuevas. Luego de entrar en servicio se cubren de una costra que engruesa a medida que el tiempo pasa. Esta acción se produce con mayor o menor rapidez, según la calidad del agua o del gas que escurre. Los depósitos son de diferente naturaleza en el caso del gas y del agua.

En cañerías de pequeño diámetro la disminución de sección útil debida a los depósitos, puede ser considerable y, por lo tanto, en los cálculos de cañerías hay casos en que se comete un fuerte error introduciendo en las fórmulas el diámetro primitivo.

En cañerías de agua la pureza o calidad del líquido también influye sobre el valor de los coeficientes; no sabemos si en cañerías de gas ocurre algo análogo.

Para las fórmulas de cañerías de agua tomaremos los coeficientes que recomienda Lang en caso de tubos en muy buen estado y agua limpia, es decir, aceptaremos:

$$a = 0{,}02$$
$$D = D'$$

(Respecto de la fórmula de Lang, ver más detalles en pág. 157).

Es lógico elegir estos valores para la comparación con fórmulas de cañerias de gas por las siguientes razones: probablemente los coeficientes que figuran en las fórmulas de cañerías de gas corresponden a tubos poco usados; por otra parte, nos limitaremos a considerar diámetros mayores de 10 cm. Ahora bien, hemos podido observar que en cañerías de gas de diámetros superiores a 10 cm. y con pocos años de servicio – digamos unos 10 años –, la reducción de sección producida por los depósitos es insignificante.

DIÁMETRO.—Como los coeficientes varían con el diámetro, haremos la comparación para diferentes diámetros desde 10 cm. a 1 m., que son los más corrientes.

VELOCIDAD.—En ninguna de las fórmulas de cañerias de gas propuestas hasta ahora figura la velocidad (*). Como este factor interviene en los coeficientes de las fórmulas de cañerías de agua—a lo menos en las fórmulas más acreditadas—, la comparación entre los dos casos no podrá hacerse en debida forma. Sin embargo, considerando que las velocidades usuales en cañerías de gas quedan dentro de ciertos límites, es posible establecer la comparación de un modo aproximado. Con este propósito aceptaremos los siguientes límites de la velocidad:

(*) Según se dijo en pág. 164 en cañerías de gas la velocidad influye sobre el valor de los coeficientes como lo comprobamos efectuando algunas experiencias en cañerías de pequeño diámetro. Es probable que la influencia de la velocidad sea pequeña para diámetros superiores a 10 cm. Tal vez por este motivo y por la escasa precisión de las fórmulas hasta hoy propuestas, no aparece en ellas la velocidad (es decir, se acepta $b_1$ proporcional a $u^2$). En la fórmula de Fritzsche que hemos mencionado al tratar de cañerías de aire comprimido y vapor, interviene la velocidad.

En caso de cañerías de gas a baja presión: 0,25 m seg. $\leq$ u $\leq$ 4 m seg.

En caso de cañerías de gas a alta presión: 5 m seg. $\leq$ u $\leq$ 40 m seg.

Según ésto, pues, para comparar las fórmulas de cañerías de gas a baja presión con las de cañerías de agua, tomaremos para estas últimas los coeficientes que corresponden a velocidades comprendidas entre 0,25 m seg. y 4 m/seg.

Análogamente, para cotejar los coeficientes relativos a cañerías de gas a alta presión con los de cañerías de agua, tomaremos para los segundos, los valores aplicables a velocidades comprendidas entre 5 y 40 m/seg.

TEMPERATURAS, PRESIÓN ATMOSFÉRICA, DENSIDAD.—La influencia de la temperatura sobre los coeficientes de cañerías es pequeña para la limitada diferencia de valores de la temperatura que se ofrece en los cálculos usuales de distribución.

Para cañerías de agua aceptaremos el coeficiente que propone Lang, aplicable a una temperatura de 15°:

$$2\ b = 0{,}0019$$

Para cañerías de gas a baja presión, aceptaremos que, los valores del coeficiente K corresponden a 15° y para cañerías a alta presión admitiremos las siguientes temperaturas:

$T_0 = 273 + 15 = 288°$ (temperatura absoluta atmosférica)
$T = 273 + 20 = 293_0$ (temperatura absoluta media en la cañería)

En cuanto a la presión atmosférica $p_0$, supondremos que los valores de los coeficientes $K$ y $c$ han sido determinados para:

$$p_0 = 755 \text{ mm. de mercurio} = 10{,}265 \text{ m. de agua}$$

En las fórmulas de cañerías de gas interviene la densidad del aire. A la presión y temperatura atmosféricas aceptadas, corresponde el siguiente valor de $\rho_{aire}$:

$$\rho_{aire} = 1{,}218 \text{ kg m}^3$$

Para el agua se debe tomar:

$$\rho_{agua} = 1\,000 \text{ kg m}^3$$

SIMPLIFICACIÓN DE LAS RELACIONES (8), (9) y (10).—Introduciendo en las relaciones (8), (9) y (10) los valores aceptados para la temperatura, presión atmosférica y densidades, estas relaciones se escriben:

8 bis) $b_1' = \frac{b_1}{1000}$ (aplicable a cañerías de agua)

9 bis) $b_1' = \frac{0,1266}{K^2}$ (aplicable a cañerías de gas a baja presión)

10 bis) $b_1' = \frac{0,00606}{c^2}$ (aplicable a cañerías de gas a alta presión)

Estas últimas relaciones nos permitirán formar el cuadro comparativo final IX. Veamos de qué manera.

VALORES DE $b_1'$ PARA CAÑERÍAS DE AGUA.—Escribamos la fórmula de Lang:

$$b_1 = \frac{1}{8\,g}\left(\frac{D}{D'}\right)^5\left(a + \frac{2\,b}{\sqrt{D\,u}}\right)$$

Para las condiciones aceptadas (cañerías en buen estado, agua limpia, temperatura = 15°, hemos dicho que se debe tomar: $D = D'$ $a = 0,02$ $b = 0,0019$; además, $g$ vale 9,81. Substituyendo, resulta:

$$b_1 = \frac{1}{78,5}\left\{0,02 + \frac{0,0019}{\sqrt{D\,u}}\right\}$$

Y según (8 bis): $$b_1' = \frac{10^{-3}}{78,5}\left(0,02 + \frac{0,0019}{\sqrt{D\,u}}\right)$$

Esta ecuación, aplicada a las velocidades límites aceptadas para la comparación con cañerías de gas, da para diversos diámetros, los valores de $b_1'$ que figuran en el Cuadro IX.

VALORES DE $b_1'$ PARA CAÑERÍAS DE GAS A BAJA PRESIÓN.—En el cuadro II (pág. 162) figuran los valores de K correspondientes a las fórmulas más conocidas de cañerías de gas a baja presión. Entre estas fórmulas, ninguna merece crédito especial como sucede en cañerías de agua con la fórmula de Lang. Por este motivo no se puede aceptar una de ellas con preferencia a las demás.

Ahora bien, aplicando a cada diámetro las siete fórmulas del Cuadro II, resultaría una aglomeración inútil de valores que haría confusa la comparación que nos interesa. Por este motivo se formó el cuadro III (pág. 163) que contiene para cada diámetro el mayor y menor valor atribuído a K.

La relación (9 bis):

$$b_1' = \frac{0,1266}{K^2}$$

permite calcular los coeficientes $b_1'$, que corresponden a cada valor de K. Además, se deduce de esta relación que a un máximo de K corresponde un mínimo de $b_1'$ y vice-versa. Con el auxilio de la relación (9 bis) y aprovechando los valores de K que figuran en el Cuadro III, se formó *el Cuadro V (pág. 169) que contiene para cada diámetro el mayor y menor valor atribuido al coeficiente* $b_1'$. Estos valores de $b_1'$ se han copiado en la porción del Cuadro IX que se refiere a cañerías de gas a baja presión.

VALORES DE $b_1'$ PARA CAÑERÍAS DE GAS A ALTA PRESIÓN.—Partiendo de los valores de $c$ que figuran en el cuadro VI y aprovechando la relación (10 bis):

$$b_1' = \frac{0,00606}{c^2}$$

se formó el cuadro VIII, procediendo del mismo modo que acabamos de explicar en el párrafo precedente. Los coeficientes que figuran en VIII se copiaron en la porción del cuadro IX que corresponde a cañerías de gas a alta presión.

## CUADRO IX

## CUADRO COMPARATIVO QUE CONTIENE LOS VALORES DEL COEFICIENTE $b_1'$ APLICABLES A CAÑERÍAS DE AGUA, CAÑERÍAS DE GAS A BAJA PRESION Y CAÑERÍAS DE GAS A ALTA PRESION

| Diámetros | Valores de $b_1'$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Cañerías de gas a baja presión | | Cañerías de agua (fórmula de Lang) | |
| | Máximos | Mínimos | u = 0,25 m seg. | u = 4 m/seg. |
| 0,10 m. | $472.10^{-9}$ Cripps | $325.10^{9}$ Redtenbacher y Schilling | $408.10^{-9}$ | $293.10^{-9}$ |
| 0,15 m. | $370.10^{-9}$ Manual de Ing. Metal., Niemann | $304.10^{-9}$ Unwin | $380.10^{-9}$ | $286.10^{-9}$ |
| 0,25 m. | $370.10^{-9}$ Manual de Ing. Metal., Niemann | $277\ 10^{-9}$ Unwin | $352\ 10^{-9}$ | $279.10^{-9}$ |
| 0,50 m. | $370.10^{-9}$ Manual de Ing. Metal., Niemann | $257.10^{9}$ Unwin | $324.10^{9}$ | $272.10^{9}$ |
| 1,00 m. | $370.10^{-9}$ Manual de Ing. Metal., Niemann | $246.10^{-9}$ Unwin | $303\ 10^{-9}$ | $267.10^{-9}$ |
| | Cañerías de gas a alta presión | | Cañerías de agua (fórmula de Lang) | |
| | Máximos | Mínimos | u — 5 m seg. | u = 40 m seg. |
| 0,10 m. | $321.10^{9}$ Unwin | $222\ 10^{-9}$ Robinson | $289.10^{-9}$ | $267.10^{-9}$ |
| 0,20 m. | $288.10^{-9}$ Cox | $222.10^{-9}$ Robinson | $279\ 10^{-9}$ | $263\ 10^{-9}$ |
| 0,30 m. | $288\ 10^{-9}$ Cox | $222.10^{9}$ Robinson | $275.10^{-9}$ | $262.10^{-9}$ |
| 0,60 m. | $288.10^{9}$ Cox | $221.10^{9}$ Oliphant | $269\ 10^{9}$ | $260.10^{-9}$ |
| 0,90 m. | $288.10^{9}$ Cox | $208.10^{-9}$ Oliphant | $266\ 10^{9}$ | $259.10^{9}$ |

GRÁFICOS REPRESENTATIVOS DEL CUADRO IX.—(figs. 7 y 8).—Acabamos de explicar cómo se ha obtenido el cuadro IX. Los coeficientes contenidos en IX han

GRAFICO QUE PERMITE COMPARAR LOS VALORES DEL COEFICIENTE $b_1'$ QUE CORRESPONDEN A CAÑERIAS DE AGUA I A CAÑERIAS DE GAS A BAJA PRESION

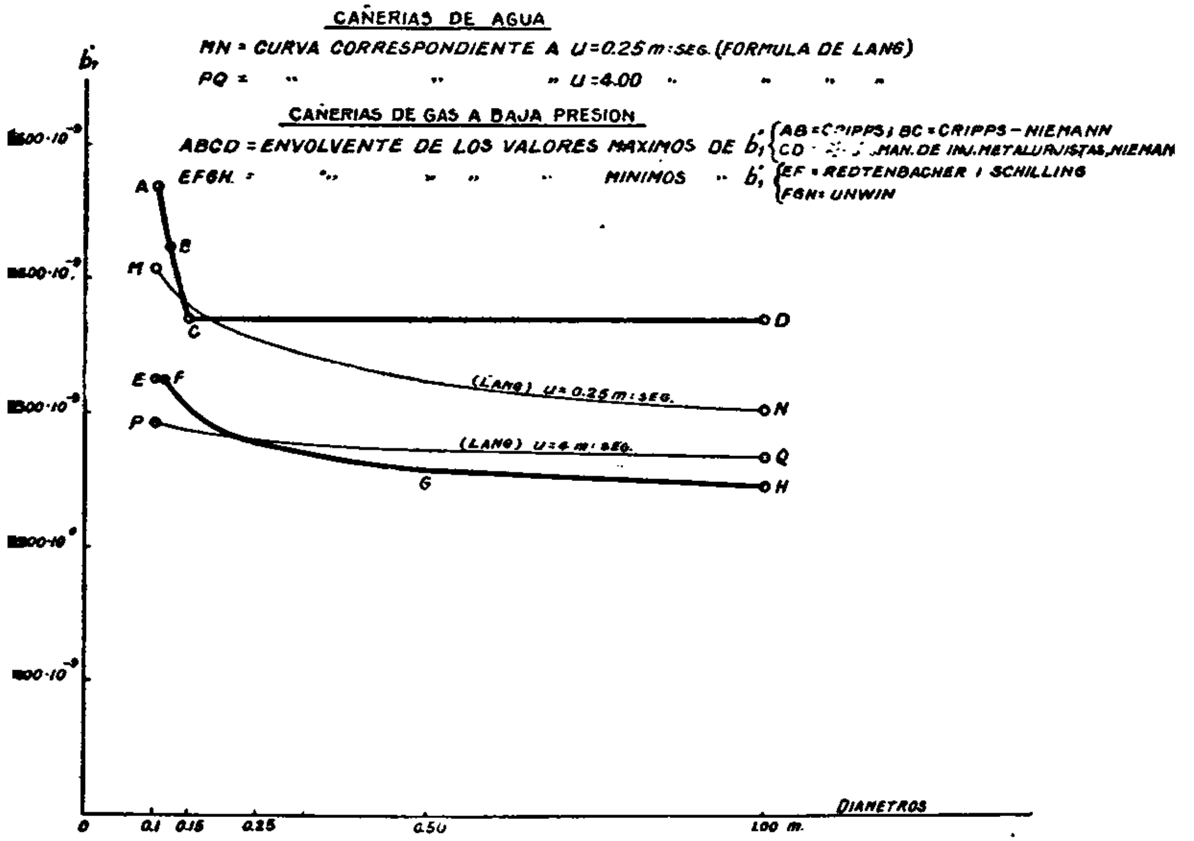


Fig. 7

servido para dibujar las curvas de las figuras 7 y 8. En estos gráficos se puede comparar más claramente que en el Cuadro los valores de $b_1$ aplicables a cañerías de gas y cañerías de agua.

Como ya hemos dicho, en las fórmulas de cañerías de gas no interviene la velocidad, lo que impide hacer una comparación precisa. Por este motivo, hemos debido limitarnos *en el caso de cañerías de gas* a construir *las envolventes de los valores máximos y mínimos de $b_1'$ correspondientes a diferentes diámetros.*

*Para cañerías de agua se han construído las curvas representativas de $b_1'$ (fórmula de Lang), relativas a las velocidades límites que se emplean en cañerías de gas a baja presión y cañerías de gas a alta presión.*

## Conclusiones

Los gráficos de las figuras 7 y 8 muestran que los coeficientes correspondientes a cañerías de agua caen dentro de los valores extremos atribuidos a $b_1$ para cañerías de gas a baja presión y cañerías de gas a alta presión. Solamente

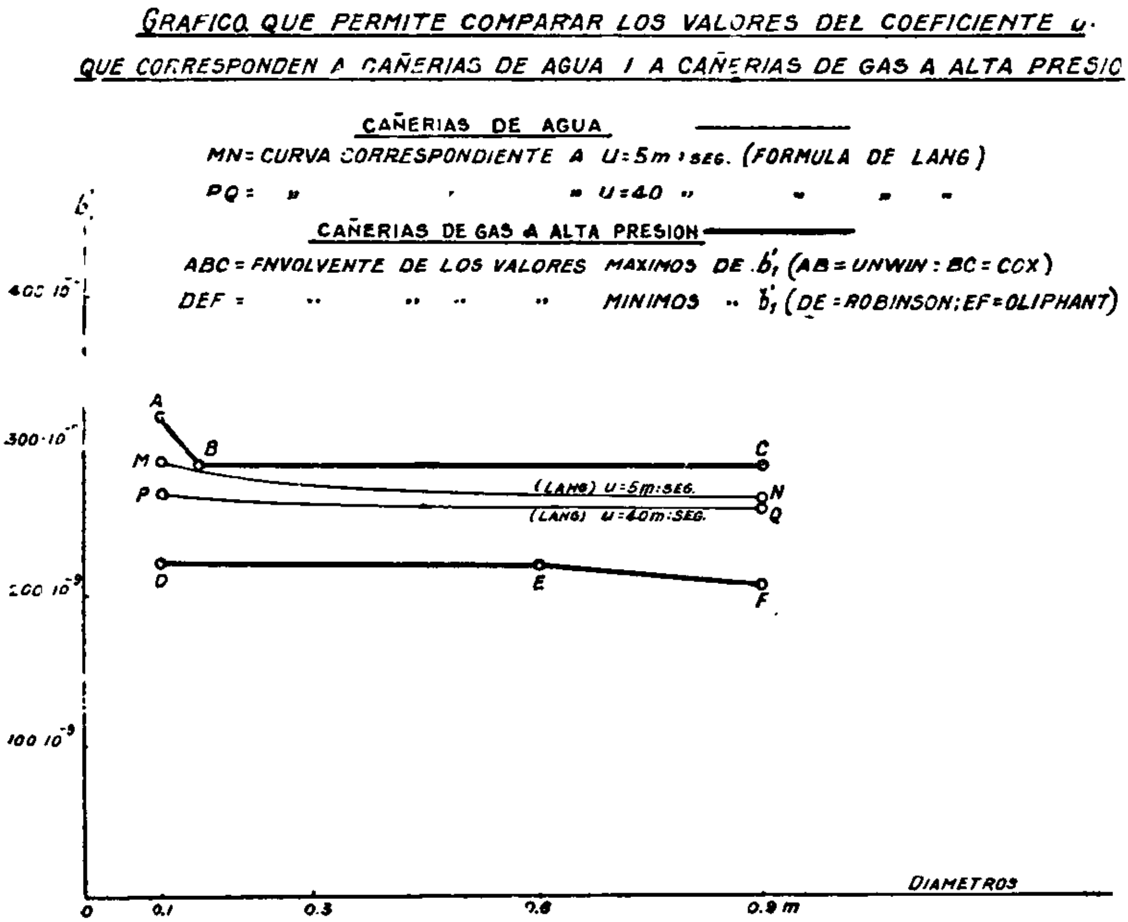


Fig. 8

en caso de cañerías de gas a baja presión los coeficientes salen un poco de estos límites para diámetros comprendidos entre 0,10 m. y 0,25 m.

De estos hechos se puede deducir la conclusión siguiente:

*La ecuación* $J = \frac{D}{4} b_1' \rho u^2$ *es aplicable al escurrimiento del agua y del gas de alumbrado (a baja presión y alta presión) en cañerías. En todos estos casos los valores del coeficiente* $b_1'$ *que corresponden a igualdad de condiciones, coinciden aproximadamente, al menos para diámetros comprendidos entre 10 cm. y 1 m. El* *estado actual de los conocimientos referentes al escurrimiento del gas no permite precisar hasta qué grado o entre qué límites se identifican los valores de $b_1'$ para el gas y el agua.*

Aunque la conclusión precedente es poco precisa, no por eso deja de llamar la atención. En efecto, si se considera la enorme diferencia de densidad que corresponde al caso del gas y del agua, (*) resulta curioso que *la misma fórmula* y aproximadamente *los mismos coeficientes* sean aplicables a ambos casos. Se deduce de aquí que la hipótesis, según la cual los rozamientos son proporcionales a $\rho$ se verificaría muy exactamente para el agua y el gas de alumbrado, y tal vez para todos los fluidos. ¿Hay en ésto una simple coincidencia o es verdadera la hipótesis mencionada? Para dilucidar este punto sería necesario llevar a cabo una serie de experiencias con líquidos y gases de diferentes densidades.

El estudio comparativo que precede deja ver la posibilidad de encontrar *una fórmula general de cañerías*, aplicable al escurrimiento de todos los fluídos o por lo ménos a aquellos, cuya viscosidad es débil como sucede con el agua y los gases que son precisamente los que mayor interes ofrecen en la práctica.

---

(*) La densidad del gas de alumbrado es 1 400 a 2 000 veces inferior a la del agua.