¿Pueden deducirse las ecuaciones de Lorentz sin recurrir al principio de isotropía?

POR

LUCIANO H. CLAUDE

El señor Ramón Salas E. publicó en el número de Diciembre último de los ANALES un artículo según el cual las ecuaciones de LORENTZ pueden ser establecidas partiendo del principio de relatividad de los fenómenos físicos y sin recurrir al principio de constancia de la velocidad de propagación de la luz. La lectura de este interesantísimo trabajo me ha sugerido algunas objeciones que expongo en seguida en la esperanza de que sean de interés para los lectores.

Con el objeto de facilitar la lectura de lo que sigue, empezaré por recordar los dos principios que EINSTEIN da como punto de partida de su teoría (Relatividad restringida) y, en seguida, resumiré el artículo del señor Salas.

I. PRINCIPIO DE RELATIVIDAD.—Las leyes de los fenómenos físicos son idénticas para todos los sistemas animados por movimientos de traslación uniforme unos respecto de otros.

II. PRINCIPIO DE PROPAGACIÓN ISÓTROPA DE LA LUZ.—En todo sistema en estado de traslación uniforme, la velocidad de la luz es igual en todas direcciones y no depende del movimiento que pueda tener la fuente luminosa.

El señor Salas pretende que las ecuaciones de Lorentz pueden deducirse del principio I sin necesidad de recurrir al II. Para probarlo, considera dos triedros de referencia trirectangulares OXYZ y O'X'Y'Z', orientados paralelamente y animado el 2.° de una velocidad *v* paralela a OX con respecto al 1.° En cada uno de estos sistemas el tiempo se define como sigue: En el origen de cada sistema se han colocado sendos relojes idénticos y que marcaban la hora *cero* cuando los orígenes estuvieron en coincidencia. Para sincronizar el reloj de un punto cualquiera, P. se le lleva al origen, se hace que sus indicaciones coincidan con las del reloj padrón y se le lleva en seguida *con una velocidad infinitamente pequeña* al punto P— donde sus indicaciones definen el tiempo local, *t*, en ese punto.

El autor introduce entonces 3 coeficientes, α, β, γ que dependen exclusivamente del valor absoluto de v y tienen por valor la unidad cuando la velocidad es nula.

α, es el coficiente por el cual hay que multiplicar la medida efectuada por los observadores del sistema O de la distancia que separa dos punto de O' situados sobre una parale (1) la a OX, para obtener el valor de la medida efectuada por los observadores de O'.

β, es el coeficiente análogo para la distancia de dos puntos situados sobre una perpendicular a OX.

γ, es el coeficiente por el cual hay que multiplicar la medida del lapso de tiempo entre dos acontecimientos que se verifican en un mismo punto de O', hecha con relojes de O, para obtener la medida efectuada con el reloj de O' que hay en el punto considerado.

Partiendo de estas definiciones, se establece fácilmente el sistema

$$\left.\begin{aligned} x' &= \alpha x - \alpha v t \\ y' &= \beta y \\ z' &= \beta z \\ t' &= \left(\gamma - v\frac{d\gamma}{dv}\right)t + \frac{d\gamma}{dv}x \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Resolviendo este sistema respecto de las variables x', y', z' y t', y expresando que el nuevo sistema así obtenido debe ser de la misma forma que (1), pero con v y $d\gamma/dv$ cambiados de signo, se llega al siguiente sistema de ecuaciones de condición:

$$\left.\begin{aligned} \beta &= 1 \\ \alpha\gamma &= 1 \\ -v\frac{d\gamma}{dv} &= \frac{1}{\gamma} - \gamma \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

La última ecuación puede escribirse

$$\frac{dv}{v} = \frac{-\gamma d\gamma}{1 - \gamma^2}$$

y da por integración

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}} \qquad (3)$$

y

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}}$$

en que k es una constante de integración. Si se introducen los valores de α, β, γ así obtenidos en (1) se obtiene el sistema:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{k^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + \frac{vx'}{k^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Se verifica fácilmente que si un móvil tiene la velocidad k respecto del sistema O, su velocidad respecto de O' resulta ser también k. El señor Salas deduce de esto que existe una velocidad límite, cuyo valor es el mismo para todos los sistemas de referencia animados de traslaciones uniformes, la experiencia vendría solamente a fijar el valor de esta velocidad $k = c = 3 \times 10^{10}$ cm/seg.

El sistema de ecuaciones de Lorentz puede, por lo tanto, ser deducido sin recurrir explícitamente al principio II; pero esto no autoriza para decir que ha sido obtenido con el solo principio I. En efecto, en el artículo a que me refiero, este principio ha sido reemplazado por el siguiente: En un sistema en estado de traslación uniforme, el desplazamiento de un reloj en línea recta y con velocidad infinitamente pequeña no introduce variación alguna en sus indicaciones respecto de los demás relojes del sistema. Comparemos las ventajas de ambos métodos.

Einstein, partiendo del postulado II, establece que dos acontecimientos acaecidos en dos puntos distantes son simultáneos si un observador equidistante de ambos los ve producirse en el mismo instante. Se procede entonces a regular los diversos relojes de un sistema de modo que un observador cualquiera lea la misma hora en todos los relojes que equidistan de él; se define así el tiempo local.

Este procedimiento no sólo tiene la ventaja de ser físicamente aplicable, sino que coincide con el método que se usa prácticamente para indicar la hora con ondas hertzianas.

El señor Salas, en cambio, define el tiempo por medio de una hipótesis matemática que conduce a un método de regulación de relojes *inaplicable* en la práctica, por cuanto requiere un tiempo infinitamente largo para cada regulación. No hay, por consiguiente, razón alguna para asegurar que «el tiempo» definido así coincida con el concepto usual de esta entidad, sino que bien puede tratarse de una ficción matemática cuyas consecuencias no puede aceptar un físico sin verificación experimental.

Más adelante dice el autor que cualquiera definición del tiempo que conserve la homogeneidad e isotropía conduciría, con el principio de relatividad, a las ecuaciones de Lorentz. Confieso no entender en qué consiste la isotropía de una definición del tiempo y lamento que el señor Salas no haya precisado este punto. Sin embargo, creo poder probar que esta proposición es, si no falsa, incompleta. En efecto, si aceptamos como lo hace la mecánica clásica la posibilidad de una transmisión instantánea, podemos establecer una definición del tiempo en la que todos los relojes de todos los sistemas marcan la misma hora en un instante dado. Con esta definición que, con seguridad conserva la homogeneidad e isotropía, se llega gracias al principio de relatividad a conclusiones contrarias a la propagación isótropa de la luz.

El señor Salas empieza por admitir que los coeficientes α, β, γ son funciones de la magnitud de v (valor escalar) y no de su dirección y sentido. Esta condición que equivale a decir que el espacio es isótropo sería evidente si las velocidades se midieran respecto de un sistema en reposo absoluto; en cambio, una traslación uniforme puede ser origen de una anisotropía y el suponer que ésta no se produce es sentar un principio estrictamente equivalente al de la isotropía de la propagación de la luz. En efecto, si las propiedades del espacio permanecen las mismas en todas direcciones ¿por qué habría de ser diferente la velocidad de la luz en las diversas direcciones?

En seguida, el autor introduce el principio de no influencia del desplazamiento de los relojes sobre su marcha; como decía más arriba, esto no es de ninguna manera evidente; en efecto, sabemos que

$$\gamma = f(v^2)$$

y que

$$f(O) = 1$$

Si se considera una velocidad relativa dv, el valor correspondiente de γ será:

$$1+\left(\frac{d\gamma}{dv}\right)_0 dv$$

ahora, por definición se tiene

$$dt' = \gamma dt$$

Por consiguiente

$$dt' = dt + \left(\frac{d\gamma}{dv}\right)_0 dv \therefore dt = dt + \left(\frac{d\gamma}{dv}\right)_0 dl$$

de donde

$$t'_1 - t'_0 = t_1 - t_0 + \left(\frac{d\gamma}{dv}\right)_0 l \qquad (6)$$

Para que se verifique el principio es preciso que $d\gamma|dv$ tienda a cero simultáneamente con v. Esta condición es indispensable para que la definición del tiempo no dependa del punto de partida común de los relojes; sin embargo, esto no es una razón para admitirlo. En efecto, supongamos que cuando dv tiende a cero el valor límite de la derivada sea

$$\left(\frac{d\gamma}{dv}\right) = A > 0$$

Esto significa que la traslación tiene por consecuencia una marcha más rápida de los relojes. Prescindamos de la dificultad relativa al tiempo infinito que requieren las operaciones: haciendo que el reloj describa un circuito cerrado de longitud conocida; la ecuación (6) permite a los observadores del sistema determinar el valor de A, constante para toda observación infinitamente lenta. Llegado el reloj a su punto de destino bastaría restar de sus indicaciones la cantidad A . l (l = distancia recorrida) para definir un tiempo independiente del punto de partida de los relojes.

Si se introduce esta modificación se obtiene otro sistema (2) en que la última ecuación es

$$v\left(A - \frac{d\gamma}{dv}\right) = \frac{1}{\gamma} - \gamma$$

forma que no es integrable.

En resumen, el señor Salas, además del principio de relatividad admite que el espacio es isótropo para todo sistema de Galileo, lo que equivale a admitir la isotropía de la propagación de la luz; no utiliza él de independencia de esta velocidad del estado de movimiento de la fuente luminosa pero, en cambio, introduce otro según el cual la marcha de un reloj no es influenciada por una traslación rectilínea uniforme e infinitamente lenta. Mediante estas hipótesis obtiene las ecuaciones de Lorentz, pero el sistema que adopta para la regulación de los relojes que definen el tiempo es inaplicable en la práctica. No parece, pues, que haya ventaja alguna sobre el camino adoptado por Einstein.

Muchos comentadores de este físico, después de obtener las ecuaciones de Lorentz observan que ellas indican la existencia de una velocidad límite finita y que su valor es el mismo para todos los sistemas, y dan esto como una verificación de los principios I y II. Esto constituye una verdadera petición del principio.

Efectivamente, el hecho de definir un «tiempo local» equivale a negar la posibilidad de una transmisión con velocidad infinita, porque ésta permitiría definir un tiempo universal.

Ahora bien, consideremos un cuerpo que emite en todas direcciones ondas con esta velocidad límite finita y animado de una velocidad v respecto de un sistema; se admite que para un observador ligado al cuerpo emisor las ondas se propagan con igual velocidad en todas direcciones (principio de isotropía). Para un observador del sistema la propagación debe ser también isótropa (principio de relatividad), ahora bien, puesto que la velocidad de las ondas es la mayor posible, la velocidad v no puede sumarse con la de las ondas, y, para que haya isotropía, tampoco puede restarse: la velocidad es, por lo tanto, la misma para todos los observadores e *independiente de la velocidad de la fuente emisora.*

Resulta, pues, que esta segunda parte del principio II es una consecuencia de la primera parte del mismo y del principio I; no es raro, entonces, que el señor Salas haya podido obtener las ecuaciones de Lorentz sin recurrir a dicha segunda parte.

San Antonio, Agosto de 1925.