Ings. Eduardo García y Alberto Bennett

Escurrimiento crítico en canales colectores de vertederos

El trazado del eje hidráulico en canales colectores de vertederos fué resuelto en 1926 por J. Hinds y perfeccionado posteriormente por el Profesor F. J. Domínguez en la segunda edición de su texto de Hidráulica Teórica.

Las experiencias en numerosas obras de ingeniería han demostrado la validez de las ecuaciones planteadas por estos autores.

Estudiando en la ENDESA las obras de rebalse de la Laguna de la Invernada (Central Cipreses) se nos presentó una dificultad que pasamos a referir, así como la forma de solucionarla, porque estimamos que las conclusiones a que hemos llegado constituyen una complementación de las bases del cálculo de ejes hidráulicos en canales colectores.

Las obras de rebalse citadas para un gasto máximo de 400 m^3/seg., constan de un vertedero, un canal colector, un canal de pendiente cero y un rápido. Las características generales aparecen en la figura 1.

El tramo del canal sin pendiente se ha colocado para tranquilizar el escurrimiento, alterado por la alimentación lateral del vertedero, y obtener así un escurrimiento libre de ondas en el rápido. La sección crítica en el cambio de pendiente de cero a fuerte define el trazado del eje hidráulico del río de aguas arriba y por lo tanto las condiciones en el punto final del canal colector a partir del cual se calcula el eje hidráulico de éste último.

Las notaciones usadas, corresponden a las del texto de Hidráulica del Profesor Domínguez.

Ω = Area mojada de la sección transversal (m^2).

h = Altura de agua (m).

Q_s = Gasto hidráulico en la sección a, s metros del origen: $Q_s = q \cdot s$ (m^3/seg.).

q = Gasto vertido por unidad de longitud del vertedero $\left(\frac{m^3}{seg.\ m}\right)$

S = Distancia de una sección cualquiera, al origen del canal colector (m).

U = Velocidad media $\frac{Q}{\Omega}$ (m/seg.).

J = Pérdida de carga por unidad de longitud de canal que tomamos según Manning; $J = \left(\frac{Q_n}{\Omega R^{2/3}}\right)^2$

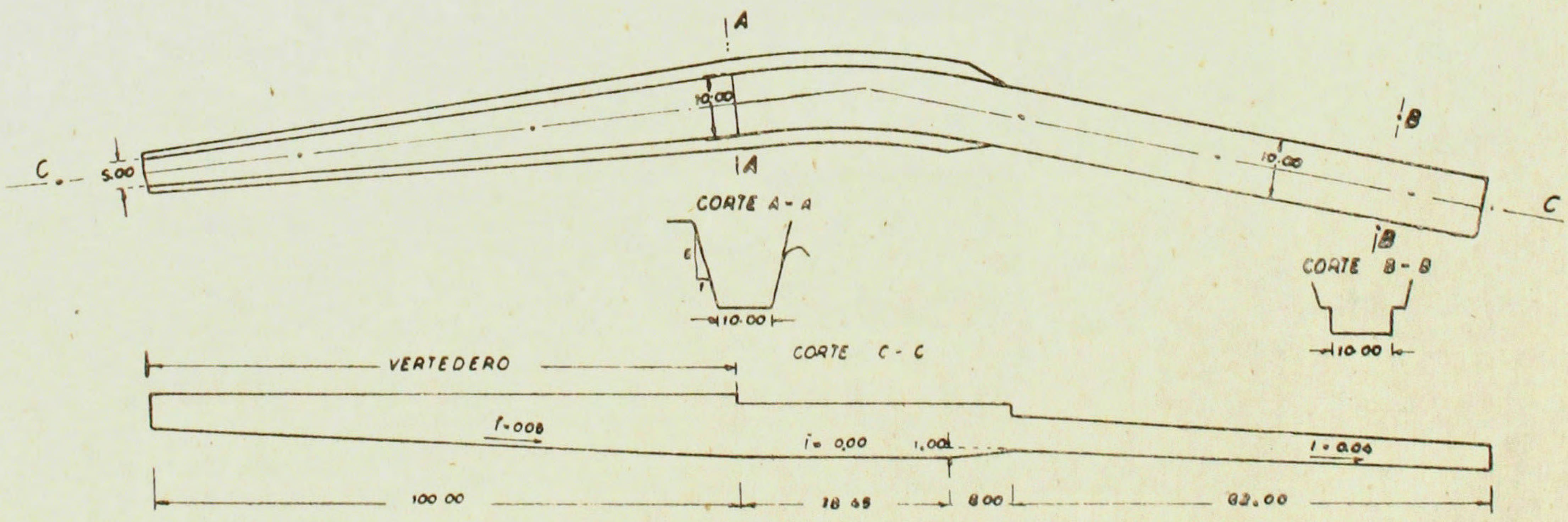
A
A
B
B
C
C
5.00
10.00
10.00
CORTE A - A
10.00
CORTE B - B
10.00
VERTEDERO
CORTE C - C
i = 0.00
1.00
100.00
8.00
82.00

Fig. 1

n = Coeficiente de Manning.
χ = Perímetro mojado (m).
R = Radio Hidráulico (m).
i = Pendiente del radier del canal.
l = Ancho del canal en la superficie libre del agua (m).
B = Suma de Bernoulli sobre el radier del canal en la sección considerada (m).
g = Aceleración de gravedad (9.8 m/seg²).
L = Longitud total del canal colector.

La ecuación:

$$(A) \quad \frac{dB}{ds} + \frac{q^2 \quad s}{g \; \Omega^2} = i - J \; (1)$$

proviene de la aplicación de la conocida fórmula de la variación de la cantidad de movimiento: F dt = d (mv).

También la ecuación (A) puede escribirse, después de sencillas transformaciones así:

$$(B) \quad \frac{dh}{ds} = \frac{\dfrac{2\,U\,.\,q}{g\,.\,\Omega} + J - i}{\dfrac{U^2\;l}{g\;\Omega} - 1}$$

Substituyendo los elementos diferenciales por elementos finitos, la ecuación (A) se convierte en:

$$(A') \quad \frac{\Delta B}{\Delta s} + \frac{q^2 \quad s}{g \quad \Omega^2} = i - J.$$

que es como se usa numéricamente. Los cuadros numéricos posteriores, extractados de los calculados, son la aplicación de ella.

La altura crítica sobre la grada, al comenzar el rápido para Q_L = 400 m³/seg. es h= 5,48 m. y el Bernoulli: 8,22 m. Considerando la altura de la grada y las pérdidas de cargas en el embudo y a lo largo del canal sin pendiente el Bernoulli al final del canal colector resulta: 9,24 m., lo que supone h = 8,39 y $U^2/2g$ = 0,85 m.

Con la altura 8.39 se inicia el cuadro, (extractado a continuación) que da el eje hidráulico en el colector.

S	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
h	8,39	8.11	7.86	7.63	7.42	7.23	7.04	6.84	6.61	6.32	5.90
B	9.24	8.92	8.62	8.31	8.01	7.72	7.41	7.09	6.75	6.36	5.90
B		0.32	0.30	0.31	0.30	0.29	0.31	0.32	0.34	0.39	0.46

(1) Ver el libro del Prof. Domínguez, pág. Nº 414.

Se ve que él está perfectamente definido y no encierra ninguna novedad.

Pero, repitiendo los cálculos para un gasto medio menor, por ejemplo $Q_L = 50\ m^3/seg.$, la altura de partida es h = 2,78 m. impuesta por el Bernoulli crítico al comienzo del rápido y consideradas las pérdidas de carga en embudo y a lo largo del canal de pendiente cero.

S	100	90	80	70
h	2.78	2.27	1,75	?
B	2.93	2.47	2.05	
B		0.45	0.42	

Se vé que para la sección S = 70 m. no hay ningún valor de "h" que satisfaga la ecuación (A'), porque los posibles valores del B respectivo son muy semejantes al valor correspondiente de la sección S = 80 m., por tanto los B son muy pequeños. Esta dificultad que interrumpe el cálculo nos evidencia la existencia de un torrente aguas arriba, pero por el momento no conocemos un punto de partida para trazar el eje hidráulico de dicho torrente. Deberá existir a lo largo del canal colector algún punto en el cual se produzca escurrimiento crítico y podemos decir a priori, que este punto de crisis no coincide con el comienzo del colector (S = 0) punto en el cual debemos tener régimen de río por tener gasto cero y porque la alimentación del vertedero se hace con componente de velocidad nula sobre el eje del canal colector.

Asimilando el problema al caso de un canal de gasto constante, podríamos definir las pendientes como: fuerte, suave y crítica, y tendríamos un nuevo punto del eje hidráulico, determinado por escurrimiento crítico en el cambio de pendiente de suave a fuerte. Para conocer el tipo de pendiente en cada sección del canal, es preciso determinar el valor de la pendiente crítica correspondiente.

Si en el 2º miembro de la ecuación (B) imponemos la condición de que a todo lo largo del canal colector se cumpla el escurrimiento crítico:

$$U = Uc = \sqrt{\frac{g\ \Omega_c}{l_c}}$$

el denominador resulta cero. La única posibilidad para que $\frac{dh}{ds}$, sea diferente de infinito (lo que puede producirse en un punto, pero no en toda la extensión), es que a la vez el numerador sea cero, luego:

$$2 \sqrt{\frac{g\ \Omega_c}{l_c}} \cdot \frac{q}{g\ \Omega_c} + J - i_c = O$$

Despejando i_c, multiplicando el numerador y el denominador del término fraccionario por Ω_c y reduciendo, se tiene:

$$i_c = \frac{2q \cdot \Omega_c}{l_c \sqrt{\dfrac{g\ \Omega_c}{l_c}} \cdot \Omega_c} + J$$

como $\Omega_c \cdot \sqrt{\dfrac{g\ \Omega_c}{l_c}} = Q_s$, y $\dfrac{Q_s}{q} = S$, se obtiene:

$$\boxed{i_c = \frac{2\ \Omega_c}{l_c \cdot S} + J \qquad (I).}$$

En el caso particular de que el canal colector fuera de sección transversal rectangular, se tendrá:

$$\boxed{i_c = \frac{2\ h_c}{s} + J \qquad (II)}$$

En la ecuación (I) ó (II), para cada valor S, conocemos l_c y Ω_c (conocido el gasto) por tanto $i_c = f\ (s, J)$ resulta conocida.

Para $S = O$, $i_c = \infty$ y para $S = L$, i_c tiene un valor positivo finito.

Llevando en un sistema de ejes coordenados rectangulares en abscisas los valores de S y en ordenadas los correspondientes de i_c, se tendrá una curva como la que se indica:

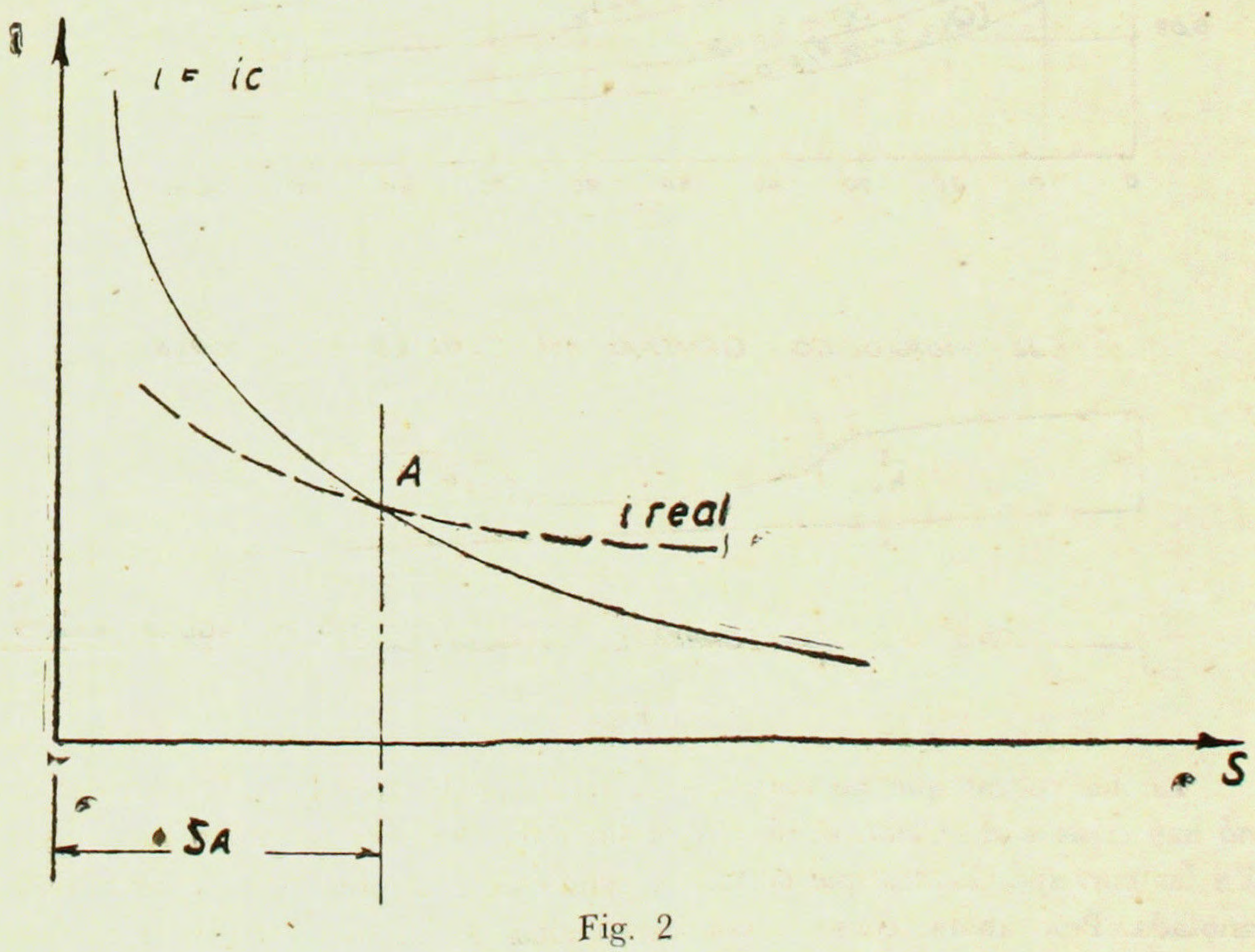

Fig. 2

En el mismo gráfico se puede dibujar la pendiente real del canal "i", función de S, y en el punto de intersección (A) tendremos el cambio de pendiente (crisis).

Para el caso de pendiente uniforme esta última curva es una recta paralela al eje de las abscisas.

Para valores de S menores que S_A, la pendiente real es menor que la que produciría crisis, por tanto, el régimen es de río. Para valores de S superiores a S_A, la pendiente real es mayor que la que da crisis, por tanto el régimen imperante será de torrente, siempre que las condiciones de aguas abajo no lo ahoguen, exigiendo resalto en el lugar en que igualen los momentos.

Efectuada la tabulación de valores i_c para diferentes gastos totales Q_L', presentamos las curvas correspondientes del problema concreto citado. Ver fig. N° 3.

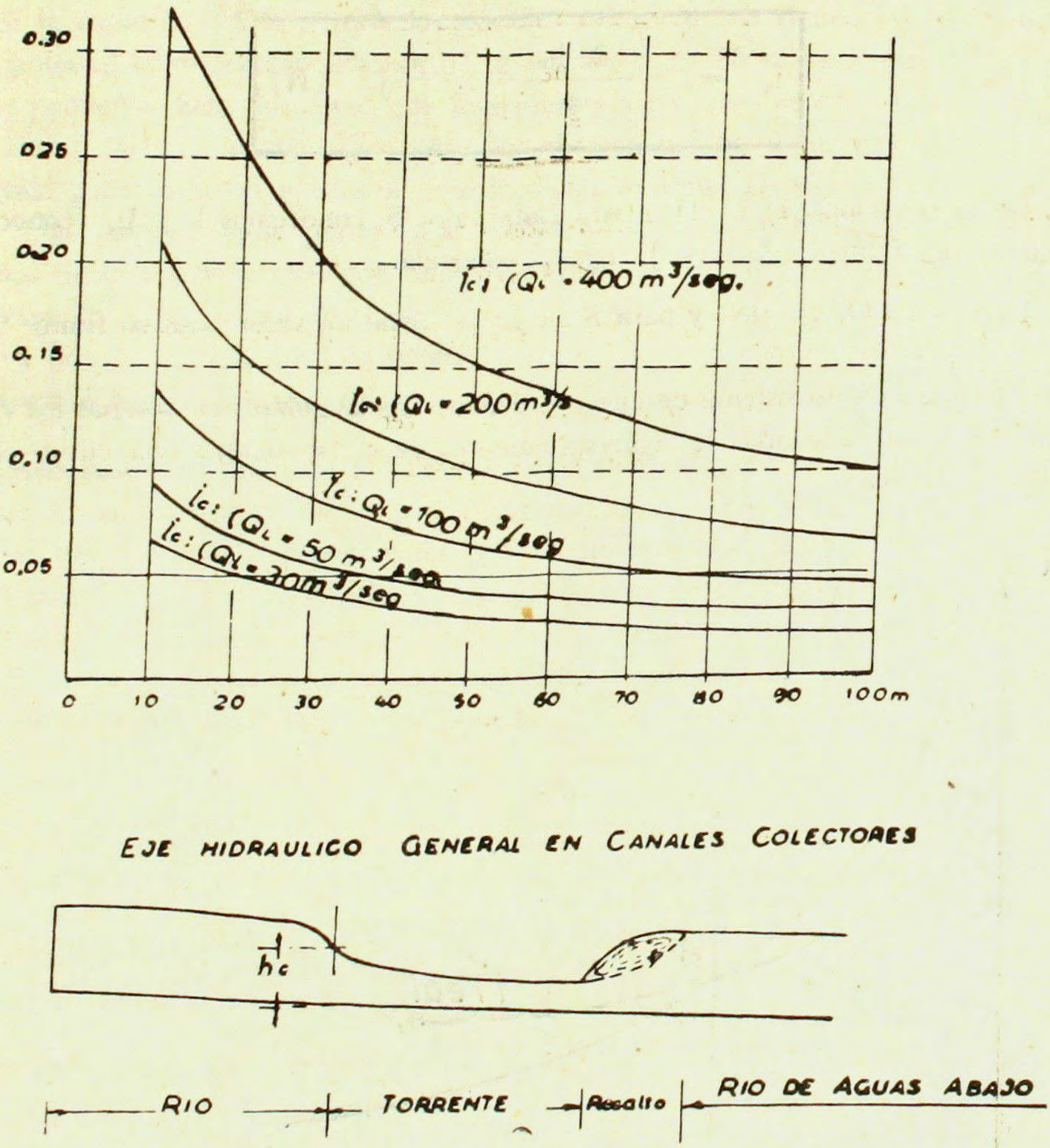

Fig. 3

En las curvas que no cortan a la recta queda la pendiente real del canal, no hay crisis y el cálculo se desarrolla sin interrupciones (régimen total del río). En las correspondientes que cortan la pendiente real presentan la discontinuidad anotada. Pero ahora, como se conoce en ellas el punto de crisis, el cálculo del eje hidráulico del río hacia arriba, se inicia con h_c, lo mismo que para el torrente hacia abajo, con las mismas ecuaciones y forma señalada al principio.

De este modo puede precisarse en el proyecto de referencia en la Laguna de la Invernada, que el resalto inferior, aún para los gastos menores, no se aleje del punto final del canal colector, para evitar las perturbaciones en el rápido en caso de que el resalto se aproximara al comienzo de éste.

El profesor Wen-Hsiung Li de la Universidad Johns Hopkins en Proceeding ASCE de enero de 1954, en un estudio sobre canales colectores, llega a través de engorrosas transformaciones matemáticas a una expresión semejante de la pendiente crítica (despreciando el término J_i), usando notaciones un tanto diferentes a las que nosotros estamos acostumbrados.

Creemos que los colegas que estudian y proyectan canales colectores, encontrarán en la complementación general y sin restricciones que hemos presentado, del eje hidráulico, una ayuda para el diseño de tales obras, respetando las exigencias que impongan la ubicación del resalto, cuando las condiciones de aguas abajo sean de río, en tanto que las superiores sean de torrente.