DISCUSION

DEL ARTICULO DE ARTURO ARIAS Y RAUL HUSID TITULADO

INFLUENCIA DEL AMORTIGUAMIENTO SOBRE LA RESPUESTA DE ESTRUCTURAS SOMETIDAS A TEMBLOR*

por EMILIO ROSENBLUETH y los AUTORES

EMILIO ROSENBLUETH**

En un trabajo de ejemplar claridad los autores proponen la relación aproximada

$$\frac{A_n}{A_{n'}} = \left(\frac{n'}{n}\right)^{0,4}$$

en la cual A_n y A_n' son las respuestas, a un mismo temblor, de estructuras con igual período natural de vibración y con grados de amortiguamiento n y n' respectivamente. Comparando con las respuestas a un número apreciable de temblores registrados en la costa occidental de los Estados Unidos, concluyen que esta expresión suministra resultados satisfactorios mientras los grados de amortiguamiento no sean menores que 0,02. Como justificación de la Ec. 2 citan el hecho de que, para un movimiento casual en estado estacionario, la relación sería en promedio exacta con exponente 0,5 en lugar de 0,4 y la diferencia en exponentes se debe a la naturaleza transitoria de los movimientos sísmicos.

Sin pretender distraer del valor de esta contribución sino, por el contrario, acentuar su utilidad, extender su intervalo de aplicabilidad y darle una justificación racional más sólida, el suscrito desea hacer referencia a un tratamiento probabilístico del mismo problema***. En él se idealizan los movimientos sísmicos como series de impulsos instantáneos distribuídos casualmente en el tiempo. Los movimientos motivo del estudio se diferencian de los temblores en la duración infinitesimal de sus ondas y en que se les asigna una esperanza uniforme de intensidad por unidad de tiempo (es decir, se ignora la variación sistemáticamente de la intensidad en función del tiempo). No obstante estas diferencias, los movimientos analizados constituyen una representación satisfactoria de los temblores para los fines que se persiguen, según se des-

*Revista del IDIEM, vol 1, nº 3, (diciembre 1962), pp. 219-228.

**Director, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

***E. ROSENBLUETH y J.I. BUSTAMENTE, "Distribution of structural response to earthquakes", Proc. ASCE, nº EM3 (junio 1962), pp. 75-106.

prende de comparaciones entre las respuestas teóricas y las que corresponden a temblores reales. Además incorporan la naturaleza transitoria del movimiento, lo que suministra aproximaciones más aceptables que la hipótesis de estado estacionario.

También en el estudio de referencia se han establecido comparaciones con las respuestas a movimientos registrados en la costa occidental de los Estados Unidos y al "ruido blanco" analizado por BYCROFT en computadora analógica, con resultados sumamente satisfactorios en todos los casos.

Se concluye del estudio probabilístico que la esperanza del cociente de la respuesta de una estructura amortiguada entre la correspondiente de una que carece de amortiguamiento pero que posee el mismo periodo natural de vibra-

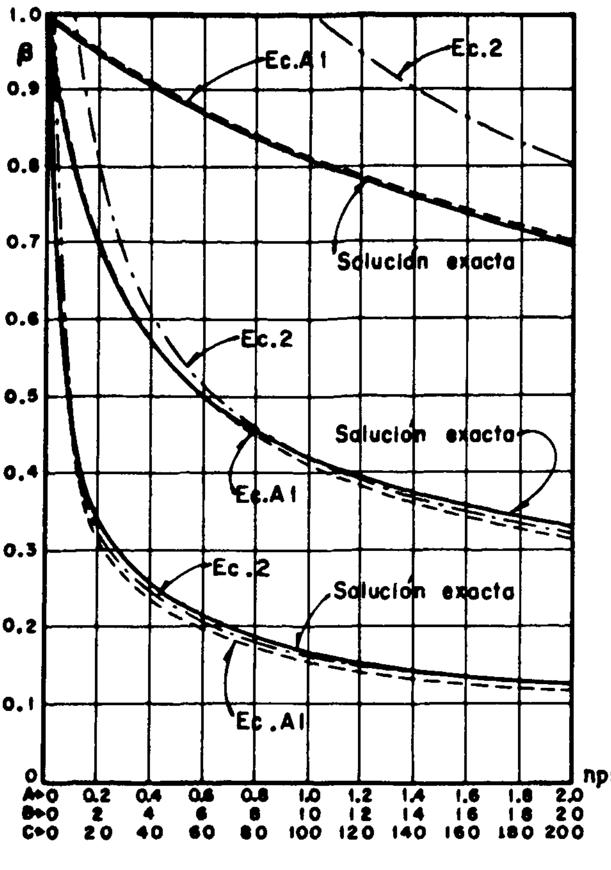

Fig. A.1. Factores correctivos por amortiguamiento

ción, está dada por la línea continua de la Fig. A1. (La curva se obtuvo mediante integración numérica de series cuya expresión es complicada y no tiene objeto reproducir aquí). En la misma figura se muestran las curvas correspondientes a la Ec. 2 y a la expresión,

$$\frac{A_{\Omega}}{A_{o}} = (1 + 0,6\ \text{nps})^{-0,45} \qquad \text{(A1)}$$

En esta ecuación y en la figura, p = frecuencia circular natural de vibración = $2\pi/T$ (T = periodo natural de vibración) y s = duración del movimiento equivalente, de intensidad uniforme. La duración s es del orden de la mitad de la que corresponde a la fase sensible de los movimientos intensos; para los temblores mencionados es de 12,5 seg en promedio; para los movimientos estudiados por BYCROFT es exactamente igual a la duración total de cada temblor ficticio, pues dichos movimientos de por sí poseen intensidad uniforme en función del tiempo.

En la figura se ha hecho coincidir arbitrariamente la curva de la Ec. 2 con el valor nps = 10, ya que el mismo está indefinido en dicha fórmula.

Se observa que no existe una diferencia marcada entre las tres curvas siempre que nps sea relativamente elevado, limitación que concuerda con la especificación de ARIAS y HUSID, extiende su intervalo de aplicabilidad hasta grados de amortiguamiento tan pequeños como se desee, teniendo así en cuenta, a la vez, la importancia de la duración del movimiento, y que de esta manera se le encuentra una justificación racional a dicha fórmula como una aproximación práctica a un estudio probabilístico que reconoce la naturaleza casual y transitoria de los movimientos sísmicos.

La influencia de la duración del sismo y la atención a amortiguamientos sumamente pequeños son materia de consideración práctica en vista de la ocurrencia de temblores tan extremadamente breves como el de Agadir (1959) y tan largos como los de Chile (1960), y en vista de la existencia de estructuras, como las torres de toma en vasos de almacenamiento, que pueden poseer grados de amortiguamiento del orden de 1 por ciento del crítico.

RESPUESTA DE LOS AUTORES

Agradecemos al Dr. Emilio Rosenblueth su discusión que atrae la atención sobre un punto realmente interesante, tanto desde el punto de vista práctico como teórico.

En un artículo enviado por los autores a la revista mexicana "Geofísica Internacional", para ser publicado en el número enero - abril 1963, se hace una deducción elemental de una fórmula que coincide con la obtenida por ROSENBLUETH y BUSTAMANTE en el artículo citado en la discusión, para el caso de probabilidad de falla igual a cero. La deducción a que nos referimos es la siguiente:

De la definición de P se sigue inmediatamente que

$$P = \frac{m}{2\,t_o}\,\overline{(S_v)_o}^{\,2} \qquad \text{(A-2)}$$

en que $\overline{(S_v)_o}$ es el valor medio del espectro de velocidades para amortiguamiento nulo.

Combinando la ec. (A-2) con la ec. (3) de nuestro artículo resulta

$$\frac{\overline{(S_v)_o}}{\overline{(S_v)_n}} \doteq \sqrt{\frac{\frac{4\pi n\,to}{T}}{1 - e^{-\frac{4\pi n to}{T}}}} \qquad \text{(A-3)}$$

Introduciendo la notación utilizada por ROSENBLUETH y BUSTAMANTE y por ROSENBLUETH en la discusión:

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$t_o = s$$

$$h = np$$

$$\overline{(S_v)_n} = A_n$$

$$\overline{(S_v)_o} = A_o$$

se obtiene

$$\frac{An}{A_o} = \sqrt{\frac{1 - e^{-2hs}}{2hs}} \qquad \text{(A-4)}$$

que corresponde, precisamente, a la ecuación (41) del artículo de los autores recién mencionados.

La curva representativa de la ec. (A-4) aparece en la Fig. 9 de la publicación recién citada. Corresponde dicha curva al valor Q=o, en que Q es la probabilidad de falla de la estructura. A nuestro juicio la relación empírica aproximada.

$$\frac{A\,n}{A_{n'}} = \left(\frac{n'}{n}\right)^{0,4} \qquad (2)$$

debe compararse con la ecuación (A-4). Para la comparación resulta necesario hacer un artificio análogo al utilizado por ROSENBLUETH en la discusión, haciendo coincidir arbitrariamente la curva de la ec. (2) con la de ec. (A-4) para un valor dado de nps = hs; por ejemplo, para hs = 10.

Resulta de este modo

$$\frac{An}{A_o} = 0{,}553\,(hs)^{-0,4} \qquad \text{(A-5)}$$

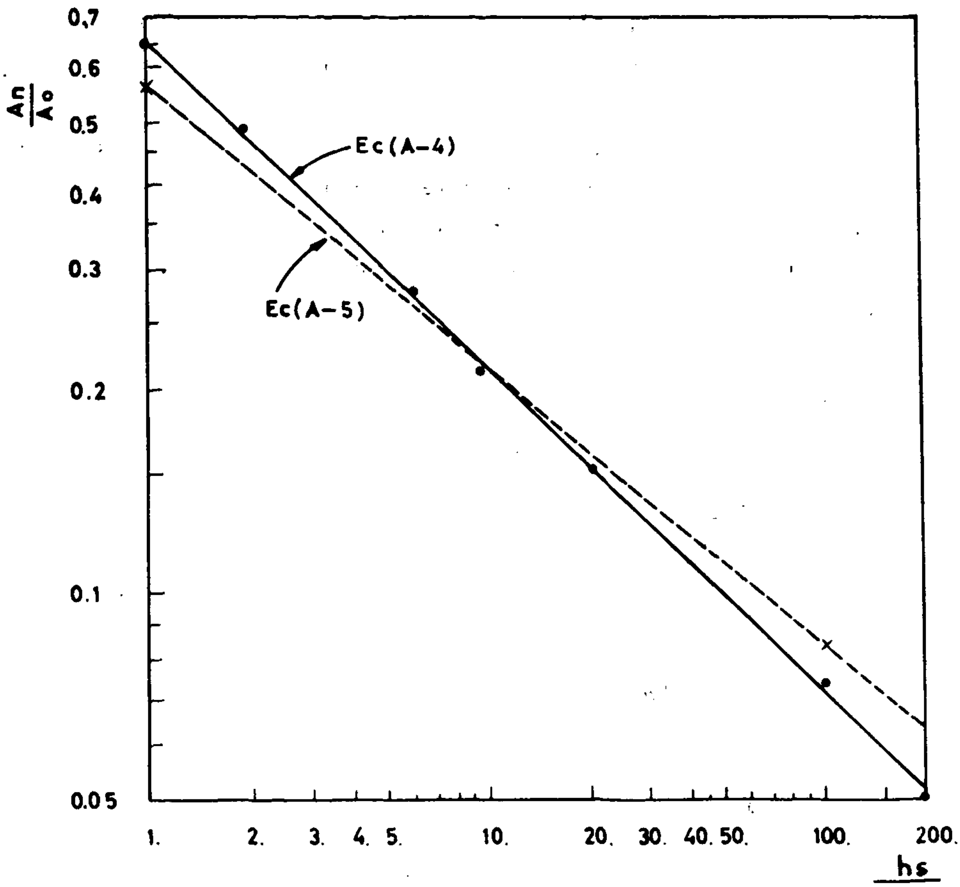

Fig. A.2. Comparación gráfica de las ecuaciones (A-4) y (A-5) para hs comprendido entre 1 y 200.

En la Fig. A.2. se han representado en un gráfico logarítmico las ecuaciones (A-4) y (A-5). La última corresponde a una recta. La primera no es una recta, pero se aparta muy poco de serlo. Puede apreciarse, además que, si se hacen coincidir arbitrariamente las dos curvas para hs = 10, las diferencias de ordenadas entre las dos en el intervalo considerado ($1 \leq hs \leq 200$) son del 16% por defecto para hs = 1, y del 28% por exceso, para hs = 200, referidas en ambos casos a los valores de ec. (A-4).

En cuantoa la duración $t_o = s$, opinamos que es menor que la mitad de la duración de la fase sensible de los movimientos intensos. Basamos nuestra apreciación en las siguientes razones:

Si en la ec. (A-4) se desprecia la exponencial, se obtiene:

$$\frac{An}{A_o} = \sqrt{\frac{T}{4\pi n t_o}} \qquad \text{(A-6)}$$

Es decir, para valores de hs relativamente grandes, la razón $A_n : A_o$ es prácticamente proporcional a la raíz cuadrada del período de la estructura. El error cometido al despreciar la exponencial es menor del 7% para hs $\geq$ 1, y menor del 1% para hs $\geq$ 2.

La ec. (A-6) se puede comprobar empíricamente, como se ha hecho en nuestro artículo citado al comienzo de esta respuesta. Reproducimos aquí una figura del mencionado artículo donde puede apreciarse que la ec. (A-6) se cumple en la práctica en forma bastante satisfactoria. (Fig. A.3).

En la Fig. A.3 se ha dibujado la razón $A_0 : A_{0,20}$ en función del período T

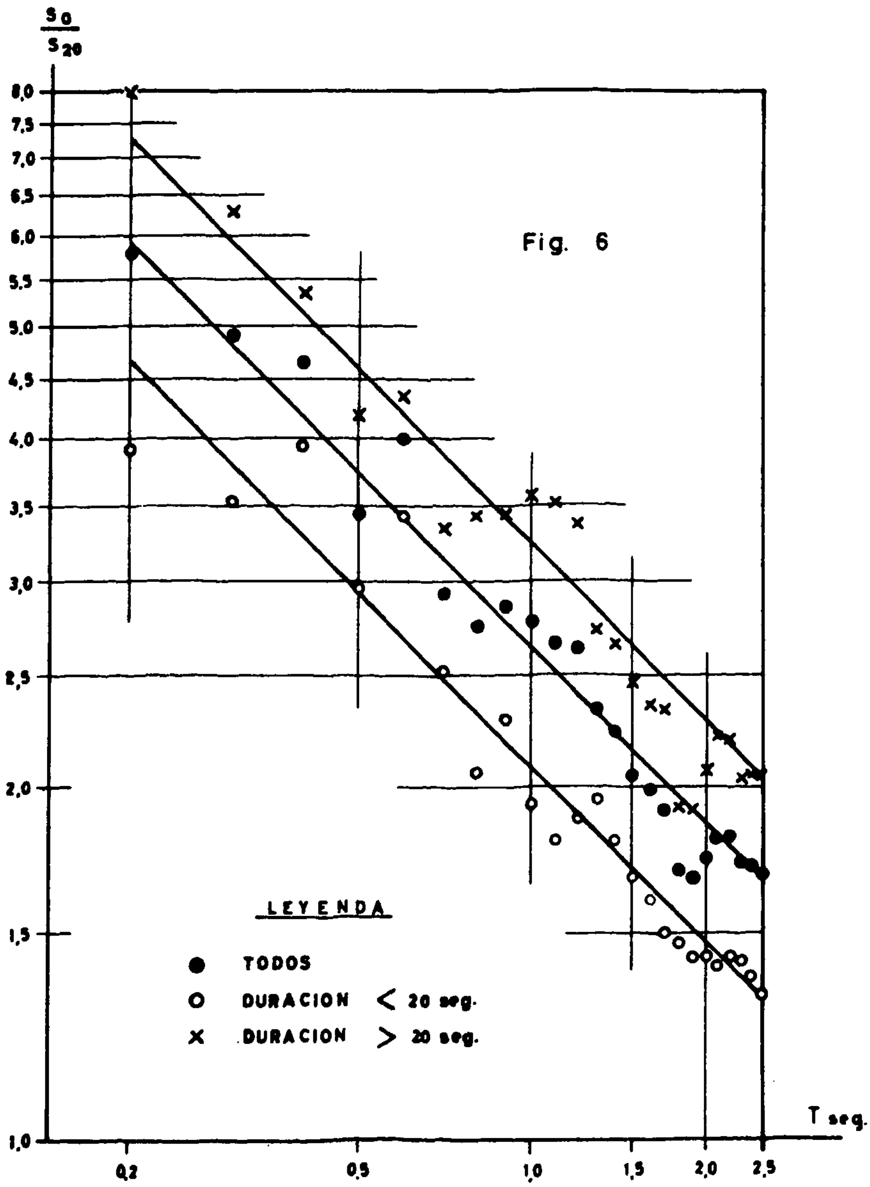

Fig. A.3. Relación entre $A_0 : A_{0,20}$ y el período T de la estructura para 28 acelerogramas registrados en los EE.UU.

de la estructura. Cada punto representa un promedio calculado a base de todos los espectros de la Ref. (1).

En la misma figura se han dibujado, separadamente con círculos y cruces, los valores correspondientes a los promedios de las razones $A_0 : A_{0,20}$ para los mismos espectros, clasificados en dos grupos según que la duración del registro (acelerograma) sea menor o mayor que 20 seg. Se puede apreciar que los valores así obtenidos caen alrededor de rectas que tienen la misma inclinación que la recta correspondiente a todos los espectros. Se deduce de aquí que la proporcionalidad entre $A_{0,2} : A_0$ y $\sqrt{T}$ vale también para cada una de las clases en que se dividió el conjunto total de espectros; resulta claro, además, que las constantes de proporcionalidad difieren significativamente para las tres rectas.

Si a partir de las rectas obtenidas se quiere estimar t_0 = s, resultan los valores de la Tabla A.1.

TABLA A1

Conjunto de espectros considerado	s = t_0, seg.	Duración media del acelerograma, seg.
todos	2,8	21
duración del registro menor que 20 seg.	1,7	15
duración del registro mayor que 20 seg.	4,2	27

Los valores obtenidos para t_0 = s estarían indicando de paso que la parte fuerte del movimiento, que es la que contribuye en forma principal a determinar los puntos que definen el espectro de respuesta, es de una duración bastante breve, bastante menor que la mitad de la duración de la parte sensible del terremoto.

A una conclusión análoga ha llegado por otra vía uno de los autores trabajando en colaboración con el Ing. L. Petit-Laurent en una investigación cuyos resultados están por publicarse.