

COMPORTAMIENTO EN ROTURAS DE LAS ARENAS

Fernando RODRIGUEZ ROA*

Alcibíades SERRANO**

RESUMEN

Tomando como base algunos ensayos que fueron efectuados en los modernos aparatos triaxiales, en donde las tres tensiones principales pueden ser aplicadas en forma independiente, se analizan las dos propiedades más características del comportamiento en rotura de una arena, considerada ésta como un medio elastoplástico: el criterio de rotura y la regla del flujo plástico. Se comparan los resultados entregados por la teoría de Lade y Duncan con la experimentación, y se proponen nuevas leyes encaminadas a conocer mejor las relaciones constitutivas de los suelos arenosos.

INTRODUCCION

No cabe duda que la teoría elastoplástica de Lade y Duncan¹ ha significado un gran avance en la investigación del comportamiento de las arenas, y no será de extrañar por consiguiente que hagamos continuos comentarios y referencias a la misma a lo largo de esta publicación.

Dicha teoría, aplicable a condiciones de tensiones tridimensionales cualesquiera, presenta la ventaja de poder considerar la trayectoria de tensiones, la

* Profesor de Ingeniería Geotécnica, Pontificia Universidad Católica de Chile.

** Jefe Departamento Laboratorio del Transporte y Mecánica del Suelo José Luis Escario, Madrid, España.

variación de volumen por esfuerzo cortante, y el efecto de la tensión principal intermedia.

Uno de sus mayores méritos reside en que requiere para su determinación de parámetros que pueden ser calculados en su totalidad mediante ensayos triaxiales convencionales. Empero, el modelo de Lade y Duncan¹ no habría sido nunca factible sin el concurso de los aparatos triaxiales *verdaderos*, los cuales han proporcionado información de enorme interés durante estos últimos años. Lamentablemente, son relativamente escasos los datos medidos en este tipo de aparatos que a la fecha hayan sido publicados. Los más completos que hemos encontrado, que incluyen tanto las tensiones como las deformaciones medidas, corresponden a una publicación de los autores ya citados² y a unos ensayos ejecutados por Green en 1971³

A la luz de esos resultados se estudian en este artículo dos conceptos fundamentales para la definición de una ley tensión deformación de carácter elastoplástico: el criterio o superficie de rotura, y la ley del flujo plástico.

SUPERFICIE DE ROTURA

El criterio o superficie de rotura propuesta por Lade y Duncan¹, representa uno de los aciertos más relevantes de su teoría, no sólo por su simplicidad sino también por el buen ajuste conseguido con respecto a la experimentación. Su formulación analítica se expresa por:

$$\frac{I_1^3}{I_3} = K_1 \quad 1$$

en que:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (\text{primer invariante del tensor de tensiones}).$$

$$I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \quad (\text{tercer invariante del tensor de tensiones}).$$

$$\sigma_1, \quad \sigma_2, \quad \sigma_3 = \text{magnitud de las tensiones principales.}$$

$$K_1 = \text{parámetro a determinar empíricamente.}$$

Según dichos investigadores, el parámetro K_1 es una constante y su valor depende de la *densidad de la arena*.

La ecuación 1 corresponde a una superficie cónica con vértice en el origen de coordenadas, de generatrices rectas que forman ángulos variables con el eje hidrostático de tensiones, y cuya traza en el plano octaédrico es un triángulo

curvilíneo simétrico con respecto a la proyección de los tres ejes coordenados, Fig. 1.

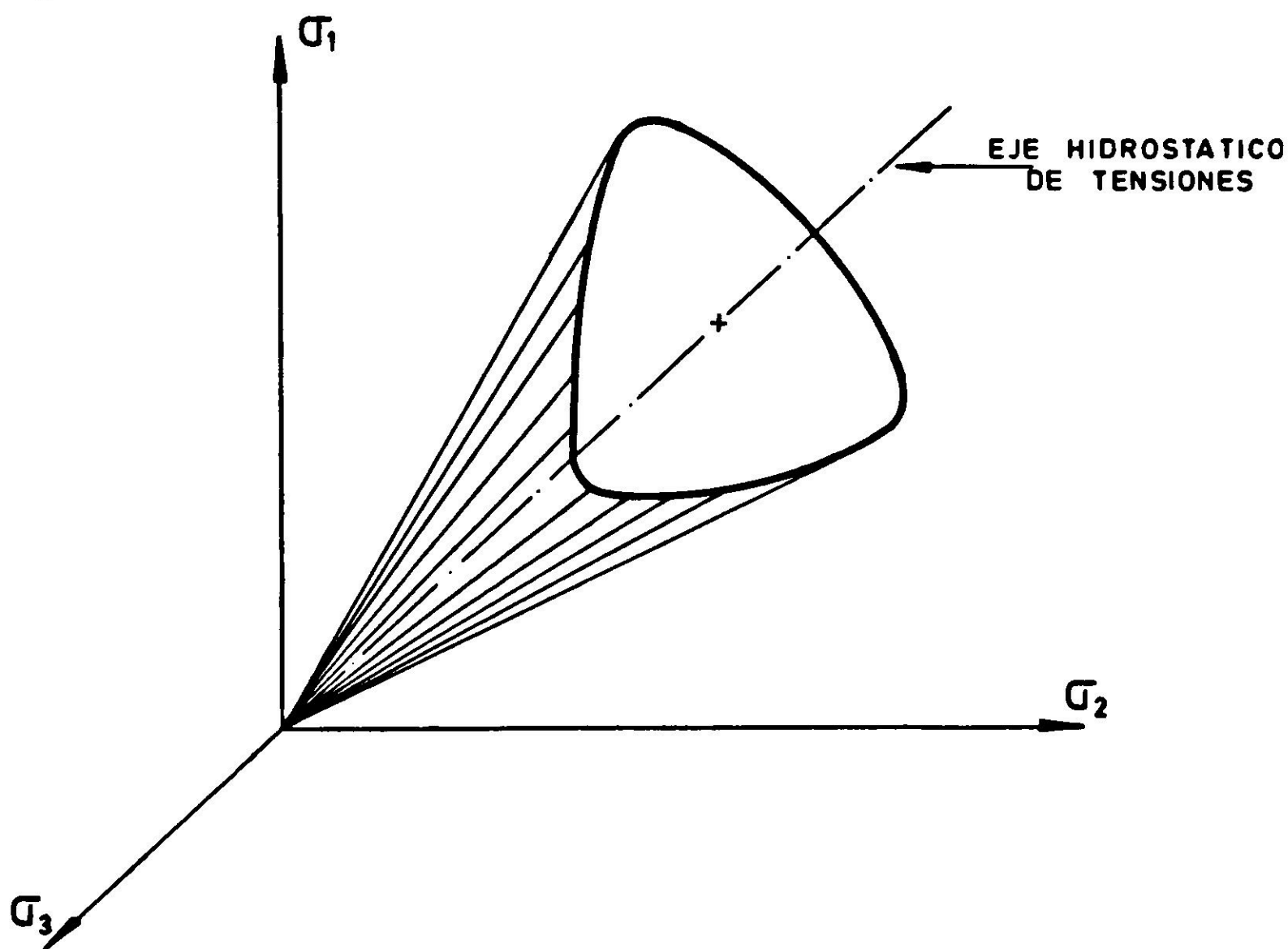


Fig. 1. Superficie de rotura en arenas.

Ahora bien, la evidencia experimental ha demostrado reiteradamente que el criterio de Mohr Coulomb en el ensayo triaxial de compresión convencional, resulta para todos los efectos prácticos lo suficientemente preciso, de manera que parece conveniente imponer la condición de que la superficie de Lade y Duncan sea tangente exteriormente a la pirámide hexagonal, irregular, de Mohr Coulomb. Puede demostrarse que la relación que daría entonces el criterio de rotura en arenas, se expresa por:

$$\frac{I_1^3}{I_3} = \frac{(3 - \text{sen} \phi)^3}{\cos^2 \phi (1 - \text{sen} \phi)} \quad 2$$

siendo ϕ el ángulo de rozamiento correspondiente al ensayo de compresión triaxial normal.

En la Fig. 2 se muestran en el plano octaédrico los resultados conseguidos en base a los ensayos de Green³. Se consideró como estado tensional en rotura al definido por la resistencia de punta en un diagrama tensión-deformación.

Se observa que la aproximación lograda es muy superior a la alcanzada con la pirámide de Mohr Coulomb, denotándose la clara influencia de la tensión principal intermedia.

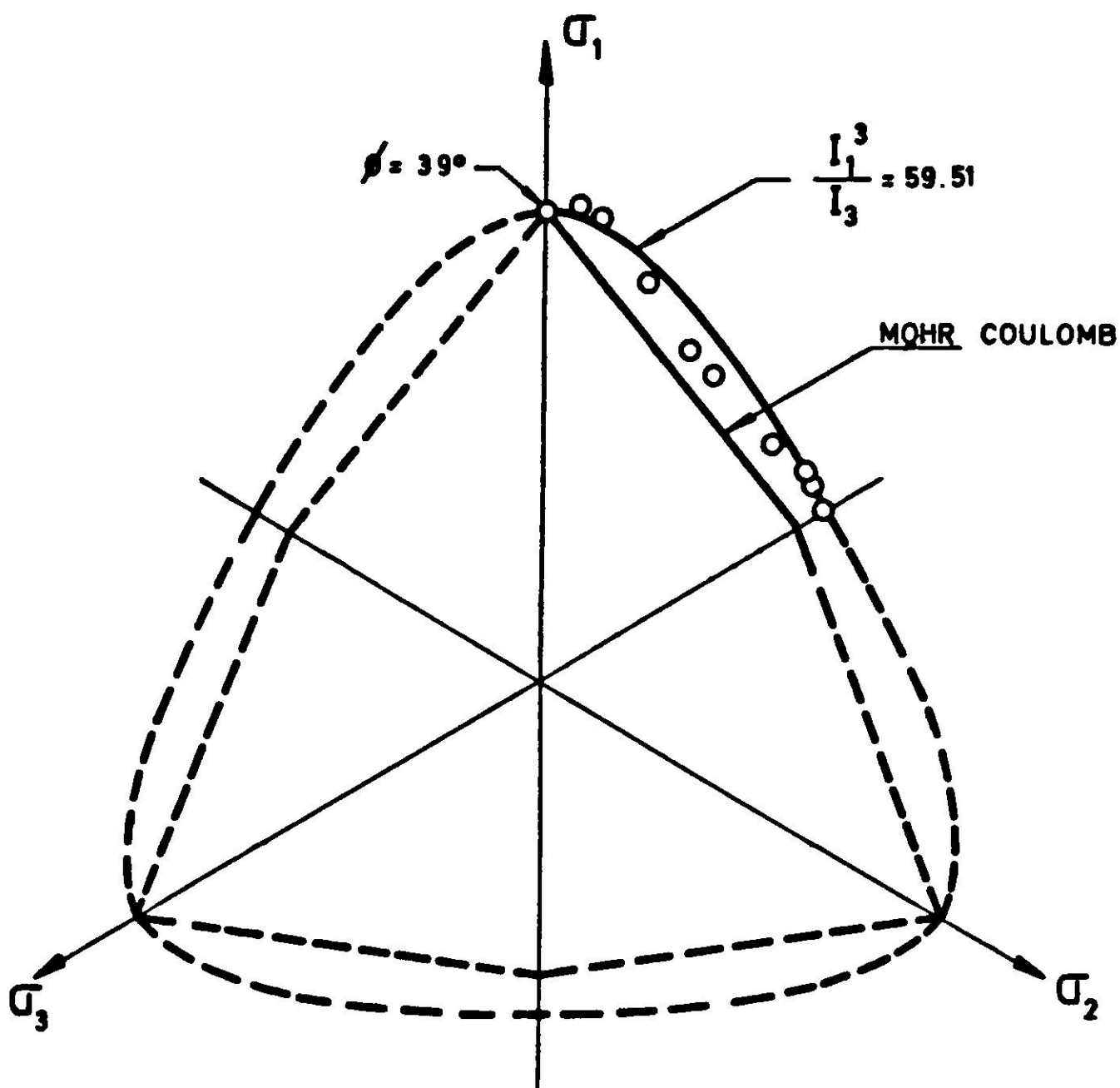


Fig. 2. Representación en el plano octaédrico de las tensiones en rotura obtenidas de los ensayos de Green³.

Una confirmación del excelente grado de precisión alcanzado por 2 se advierte en la Fig. 3, en donde se ilustran los valores medidos por Lade y Duncan².

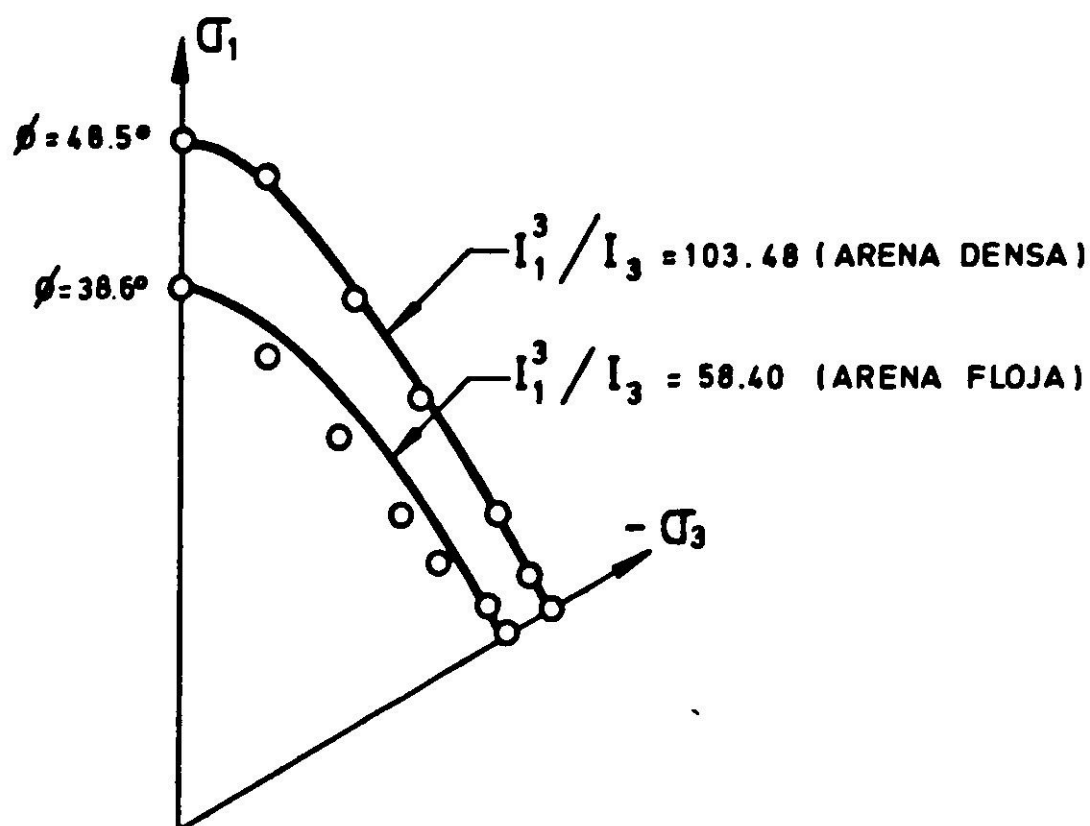


Fig. 3. Representación en el plano octaédrico de los ensayos de Lade y Duncan².

La adopción de una superficie de rotura *abierta* nos impide dar una respuesta al problema de plastificación por equicompresión o compresión isótropa, lo cual requeriría de la consideración de una superficie *cerrada*.

En este sentido son de gran trascendencia los ensayos realizados por Ko y Scott⁴ en arenas sometidas a compresión hidrostática, los que indican que este tipo de suelos se comporta como un medio elástico e isótropo para tales sollicitaciones. Conclusión de enorme interés que corrobora la geometría de superficie *abierta* supuesta para la condición de puntos tensionales en rotura, a diferencia del concepto de superficies *cerradas* adoptadas en otros modelos^{5,6}.

Lo anterior es efectivo solamente si estamos trabajando con tensiones relativamente reducidas, en que la rotura de los granos de arena no tiene lugar, o bien ésta es de poca significación.

El comportamiento de los suelos granulares sometidos a altas tensiones, difiere totalmente del observado a bajas tensiones. A medida que aumentan las tensiones normales se produce la rotura de los granos y el fenómeno de la dilatación va disminuyendo en forma gradual, pudiéndose alcanzar tensiones bajo las cuales se eliminan totalmente los efectos de la porosidad inicial de la arena⁷. En todo caso el análisis de este tipo de comportamiento se escapa del objetivo perseguido en el presente artículo.

Es importante señalar por otro lado, que el suponer que la superficie de rotura puede escribirse únicamente en términos de los invariantes de tensiones, implica indirectamente que estamos aceptando que la arena se comporta como un medio aproximadamente isótropo, en donde no influye la orientación adoptada para los ejes coordenados.

ANGULO DEL FLUJO PLASTICO

Un parámetro de gran utilidad en medios coaxiales, y que nos permite visualizar fácilmente la posición geométrica del vector incremento de deformación plástica, es el que designaremos como ángulo del flujo plástico, y que define la magnitud del ángulo compuesto por el vector normal a la superficie de rotura y el vector incremento de deformación plástica en el punto considerado.

Si la regla de la normalidad es válida, el ángulo del flujo plástico es cero, situación que no se cumple en arenas^{4,2}.

En un medio coaxial se satisface la hipótesis de coincidencia de los ejes principales de tensiones y de incrementos de deformación plástica, y por tanto de acuerdo a la definición anterior se obtiene la relación:

$$\theta = \arccos \frac{\dot{\epsilon}_i^p \frac{\partial f}{\partial \sigma_i}}{\sqrt{\dot{\epsilon}_{ii}^p \frac{\partial f^2}{\partial \sigma_{jj}}}} \quad 3$$

en que:

- θ = ángulo del flujo plástico
 $\dot{\epsilon}_i^p$ = componentes del vector incremento de deformación plástico o vector del flujo plástico*
 f = I_1^3 / I_3
 $\partial f / \partial \sigma_i$ = componentes del vector normal a la superficie de rotura
 i = 1, 2, 3
 j = 1, 2, 3

Para poder utilizar la notación tensorial en 3, se hizo:

$$\dot{\epsilon}_{11}^p = \dot{\epsilon}_1^p; \frac{\partial f^2}{\partial \sigma_{11}} = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)^2; \text{ etc.}$$

En el cálculo de θ es conveniente emplear valores relativos de los incrementos de deformación, los cuales pueden ser determinados a partir del trazado de las pendientes a curvas del tipo ϵ_i versus ϵ_j , en los puntos en rotura.

La experimentación ha demostrado^{2,8} que el ángulo del flujo para una arena con una determinada porosidad inicial se mantiene aproximadamente constante a lo largo de la generatriz de la superficie de rotura correspondiente el ensayo triaxial de compresión, valor que nominaremos θ_c . En Fig. 4 se ilustran los resultados obtenidos por Lade y Duncan², en donde puede observarse el casi perfecto paralelismo que muestran los vectores del flujo plástico.

Lade y Duncan¹ en lugar de trabajar con el ángulo θ , calculan la dirección del vector del flujo en el espacio de las tensiones principales, en base a definir un potencial plástico que es determinado por un parámetro que dichos autores designan como K_2 . La relación analítica que liga dicho parámetro con el ángulo del flujo plástico, en los puntos que se encuentran en rotura en el ensayo triaxial de compresión, es la indicada a continuación:

$$K_2 = \frac{3(3 - \sin\phi)^2 (1 + \nu^p)}{(1 - \sin\phi)(1 + \sin\phi + \nu^p (1 - \sin\phi))} \quad 4$$

* Para todos los efectos prácticos se ha considerado que en rotura los incrementos de deformación plástica coinciden con los incrementos de deformación totales.

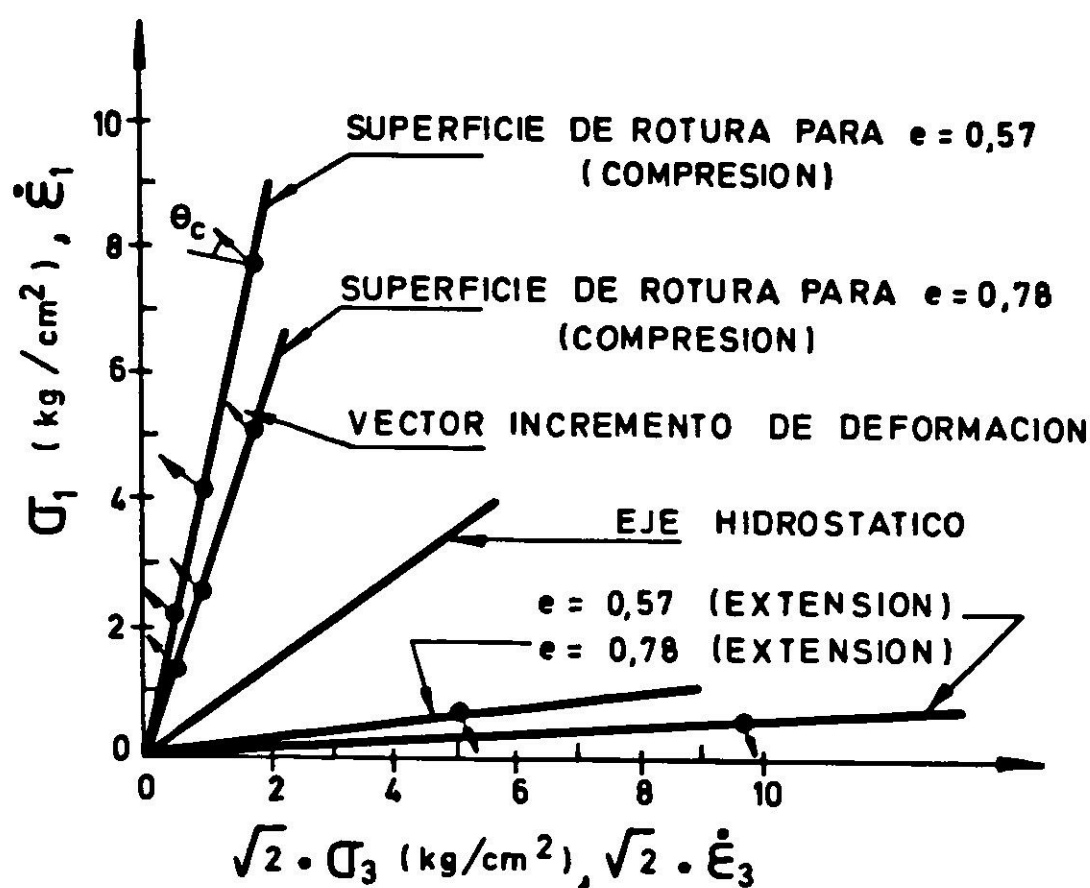


Fig. 4. Dirección del vector incremento de deformación en el plano triaxial. Arena Monterrey No 0, floja y densa, según Lade y Duncan²,

en que:

$$\nu^p = \frac{1 + \sin\phi - \sqrt{2}(1 - \sin\phi) \operatorname{tg}\theta_c}{\sqrt{2}(1 + \sin\phi) \operatorname{tg}\theta_c + 2(1 - \sin\phi)}$$

A fin de conocer en qué generatriz de la superficie de rotura se encuentra cierto punto tensional, y cuál es su proximidad con relación al ensayo triaxial de compresión o bien con respecto al de extensión, resulta muy eficaz el empleo del parámetro b introducido por Habib⁹, y usado posteriormente por varios autores^{10,3,2}. Se define por:

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (\text{con: } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3) \quad 5$$

y su rango de valores oscila entre *cero* para el ensayo triaxial de compresión ($\sigma_2 = \sigma_3$), y *uno* para el de extensión ($\sigma_1 = \sigma_2$).

En Fig. 5, se indican los resultados conseguidos para el ángulo del flujo en función de b , al tomar como apoyo experimental las medidas de Lade y Duncan² y las de Green³. A pesar de la dispersión que muestran algunos puntos se observa que existe una relación funcional lineal claramente definida entre el ángulo θ y el parámetro b , al variar éste entre 0 y 1.

Teniendo en cuenta que los puntos experimentales empleados se sitúan en distintos planos octaédricos en cada caso, no obstante haber sido llevados éstos por comodidad a un sólo gráfico en las Figs. 5a, 5b y 5c, mediante adecuados cambios de escala, se deduce de la existencia de esta ley funcional única, que para un valor constante de b se tiene un ángulo del flujo constante.

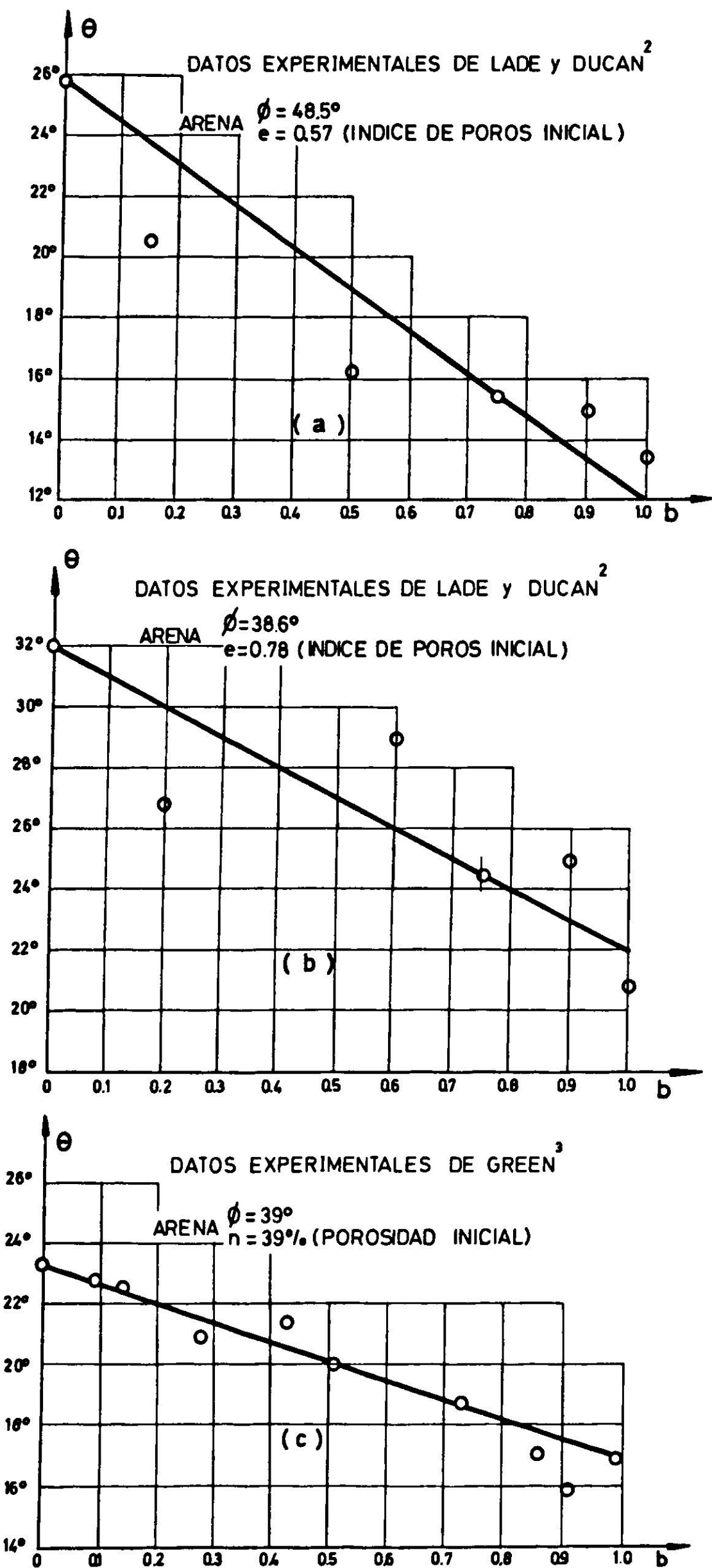


Fig. 5. Variación del ángulo del flujo θ con el estado tensional en rotura.

Esto implica que θ no se modifica a medida que nos desplazamos a través de una generatriz de la superficie de rotura. Esta interesante conclusión es uno de los cimientos en que se apoya la regla del flujo que se propone más adelante, y puede verificarse experimentalmente aun más si consideramos lo mencionado anteriormente con referencia al ángulo del flujo θ_c .

Por consiguiente puede escribirse que:

$$\theta = -b(\theta_c - \theta_E) + \theta_c \quad 6$$

en donde θ_E es el valor homólogo de θ_c , para $b = 1$.

Haciendo uso de los ensayos efectuados por diversos autores^{8, 11, 3, 2} se ha confeccionado la Fig. 6 en que hemos llevado la variación de θ_c con el índice

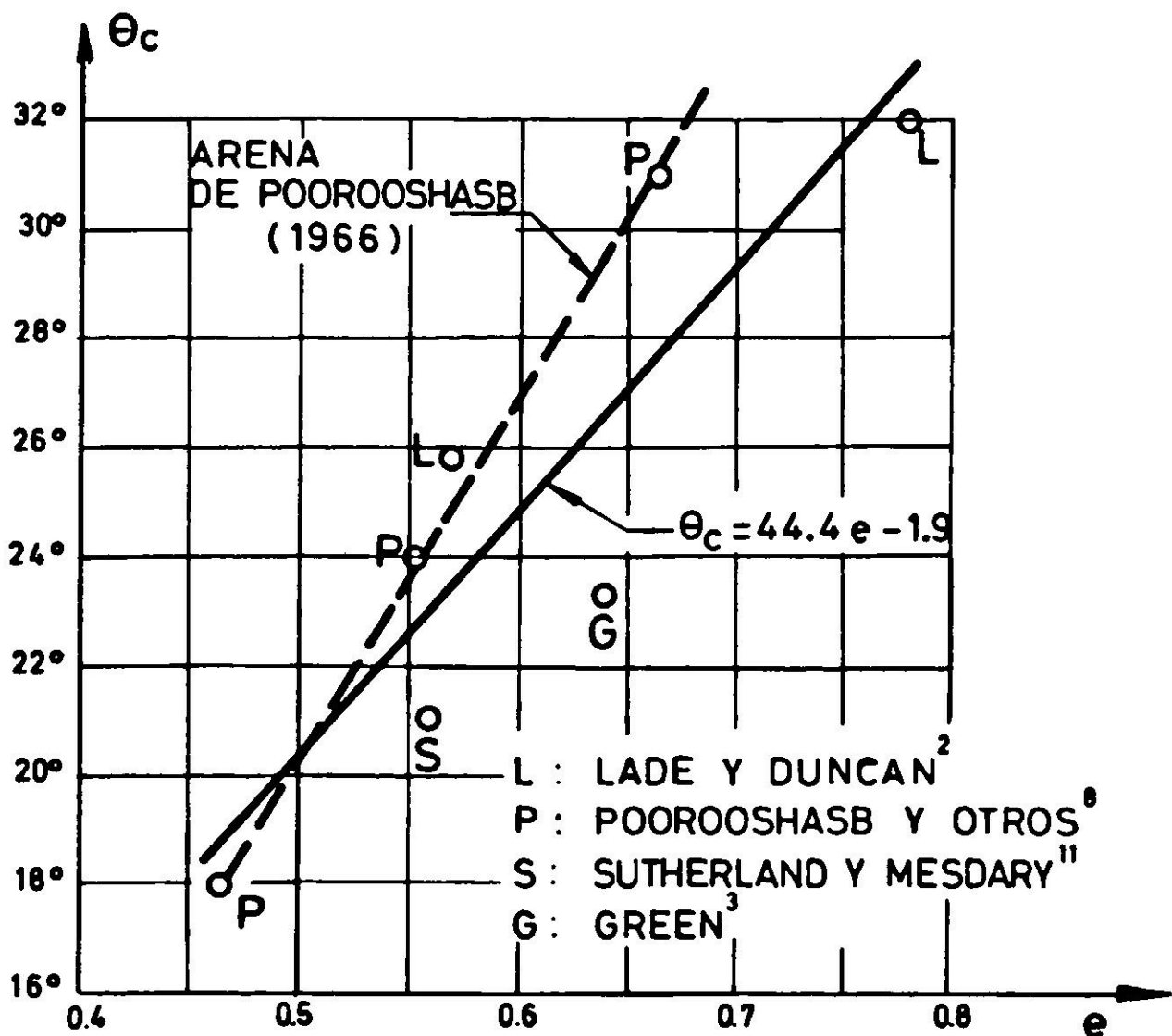


Fig. 6. Variación del ángulo del flujo plástico en el ensayo triaxial de compresión con el índice de poros inicial de la arena.

de poros inicial de la arena e , logrando una correlación lineal de ecuación:

$$\theta_c = 44.4e - 1.9 \quad 7$$

No obstante de considerar aceptable la correlación lineal ajustada a los siete puntos experimentales utilizados, resulta curiosa la cuasi-colinealidad que se aprecia en los tres ensayos realizados por Poorooshasb (línea punteada en la Fig. 6). Ella nos estaría señalando que para una misma arena el ángulo θ_c depende

exclusivamente de e , sin embargo al comparar distintos suelos arenosos entre sí, el ángulo del flujo plástico se verá afectado, aunque en menor grado, por otras variables, como ser la rugosidad y forma de los granos de la arena.

Algunos investigadores presentan los ensayos de laboratorio considerando el concepto de *deformación natural o logarítmica*, en donde los desplazamientos incrementales son referidos a las dimensiones deformadas o instantáneas de la probeta, como lo hacen Sutherland y Mesdary¹¹, mientras que otros efectúan el cálculo de las deformaciones teniendo en cuenta solamente las dimensiones iniciales de la muestra de suelo (*deformaciones ingenieriles*) como lo realiza por ejemplo Green³. Al respecto es conveniente puntualizar que, en rigor, la teoría de la plasticidad opera siempre con las deformaciones naturales¹². Para el caso de muy pequeñas deformaciones, como suele ocurrir en la etapa en que predomina el comportamiento elástico, los valores obtenidos con ambas clases de deformación son casi exactamente los mismos. En los ensayos experimentales analizados en este trabajo —dada la relativamente reducida magnitud de las deformaciones— a pesar de haber considerado el estado de rotura plástica, el factor indicado no ha incidido mayormente en la bondad de los resultados conseguidos.

En la Fig. 7 se ha representado la variación que presenta el ángulo del flujo

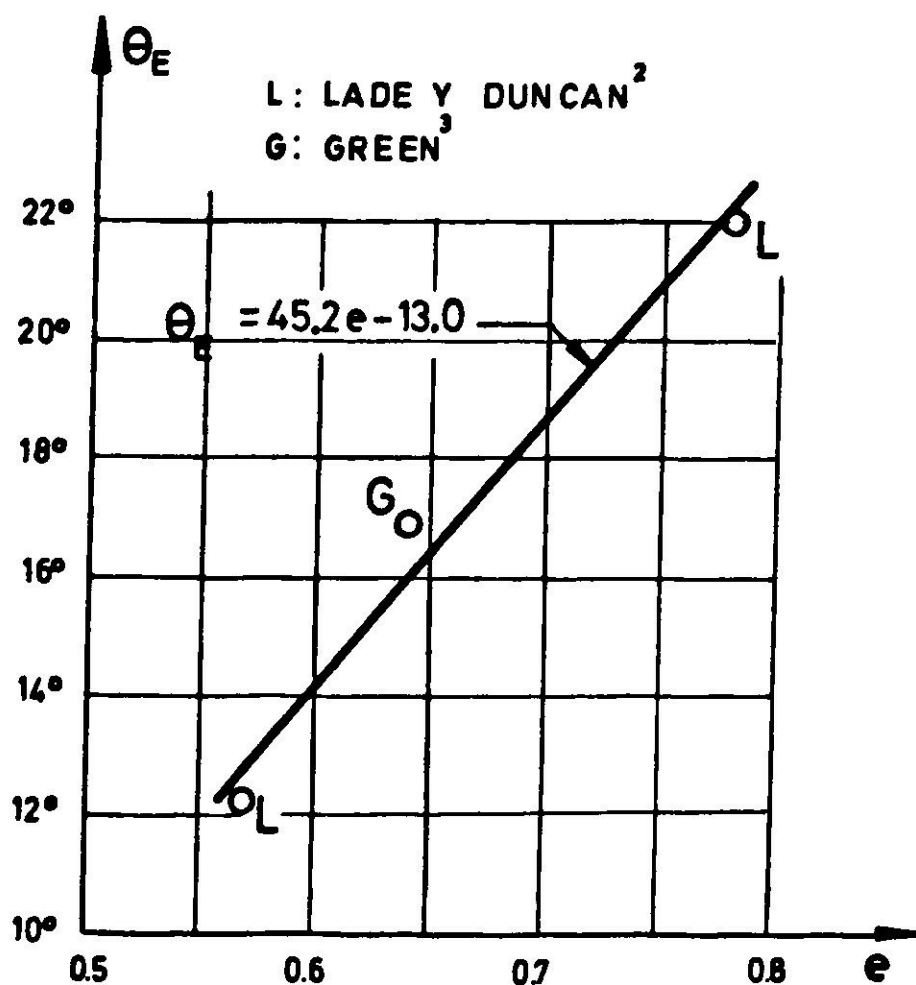


Fig. 7. Variación del ángulo del flujo plástico en el ensayo triaxial de extensión con el índice de poros inicial de la arena.

plástico en el ensayo triaxial de extensión, con el índice de poros inicial de la arena. La ecuación de la recta de mejor ajuste conduce a:

$$\theta_E = 45.2 e - 13.0$$

expresión sólo tentativa que evidentemente habría que verificar mediante una mayor experimentación, dado los pocos puntos considerados.

Determinados θ_c y θ_E por las relaciones 7 y 8 para una cierta arena, mediante 6 conocemos el ángulo del flujo plástico en cualquier estado de tensiones en rotura.

La regla del flujo plástico de Lade y Duncan¹ implica la condición de que el vector del flujo coincida con la experimentación en el ensayo de compresión triaxial ($b = 0$), pero sus resultados no quedan garantizados para otros valores de b . Basándose en la teoría desarrollada por estos autores, se ha calculado numéricamente el ángulo del flujo plástico en distintos puntos sobre la superficie de rotura para la arena de Green³. Los resultados alcanzados muestran una ley que presenta un punto de inflexión o cambio de curvatura, entre $b = 0.1$ y $b = 0.2$, y un valor de $d\theta/db = 0$ en $b = 1$, Fig. 8, curva 2. Una relación analítica, de expresión sencilla, que puede ajustarse en forma bastante aproximada al ángulo del flujo dado por la teoría de Lade y Duncan¹, es la siguiente (Fig. 8, curva 3):

$$\theta = (\theta_c - \theta_E)(1 - b)^3 + \theta_E \quad 9$$

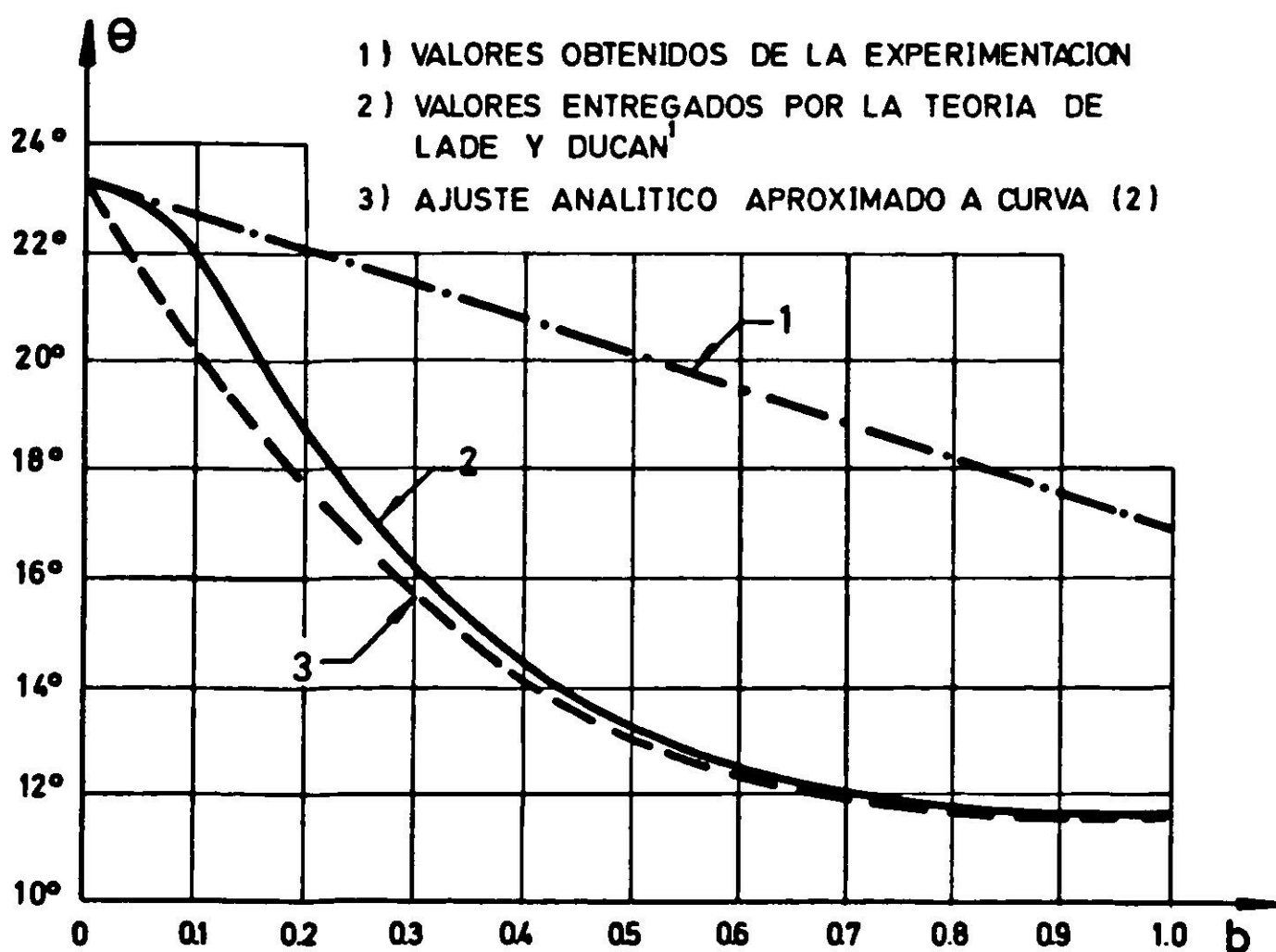


Fig. 8. Ángulo del flujo en arena de Green³.

En las Figs. 9a y 9b se comparan los valores entregados por 9 con los determinados por la experimentación para las arenas densa y floja de Lade y Duncan².

En los tres casos estudiados se aprecia que existe una diferencia significativa

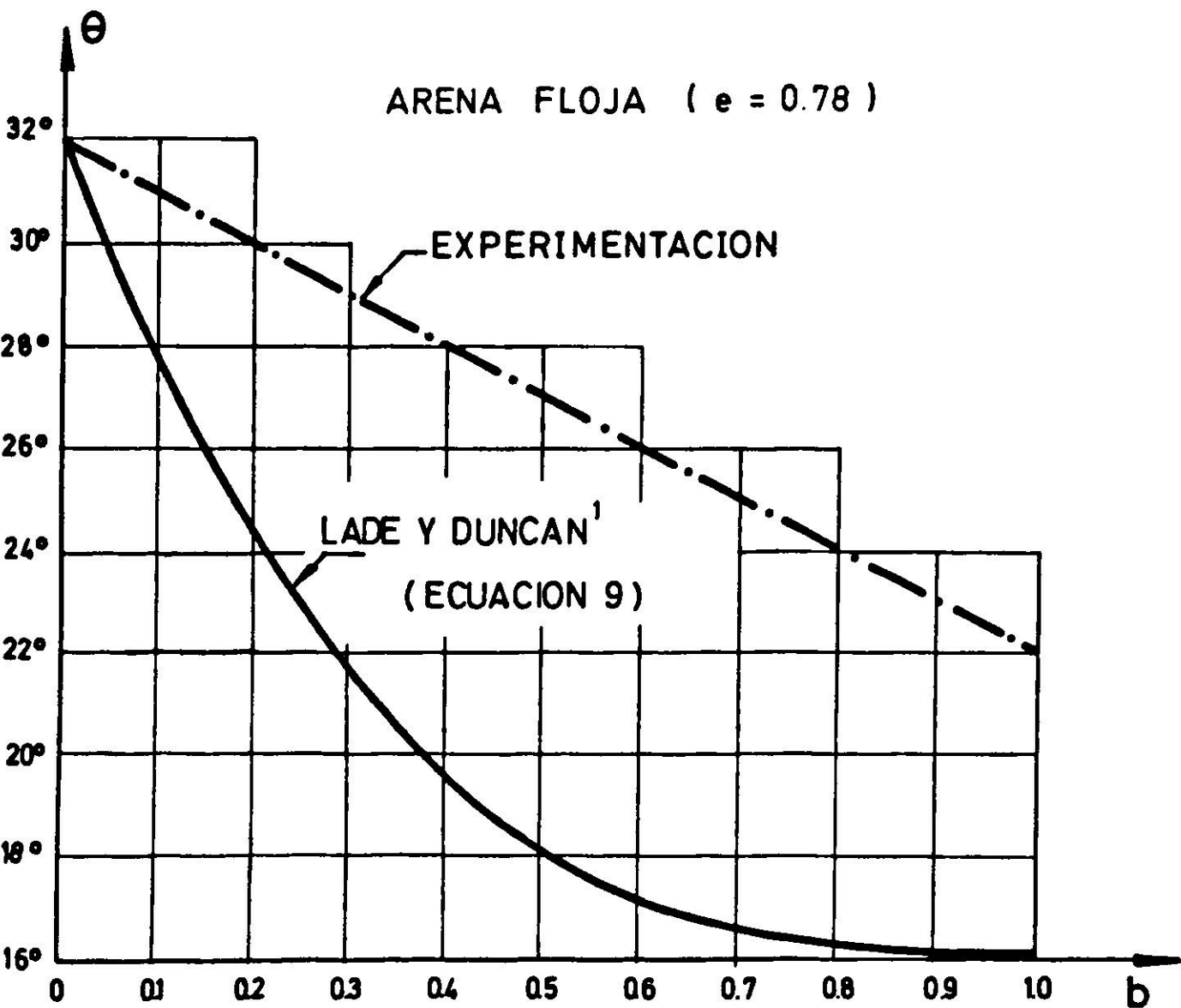
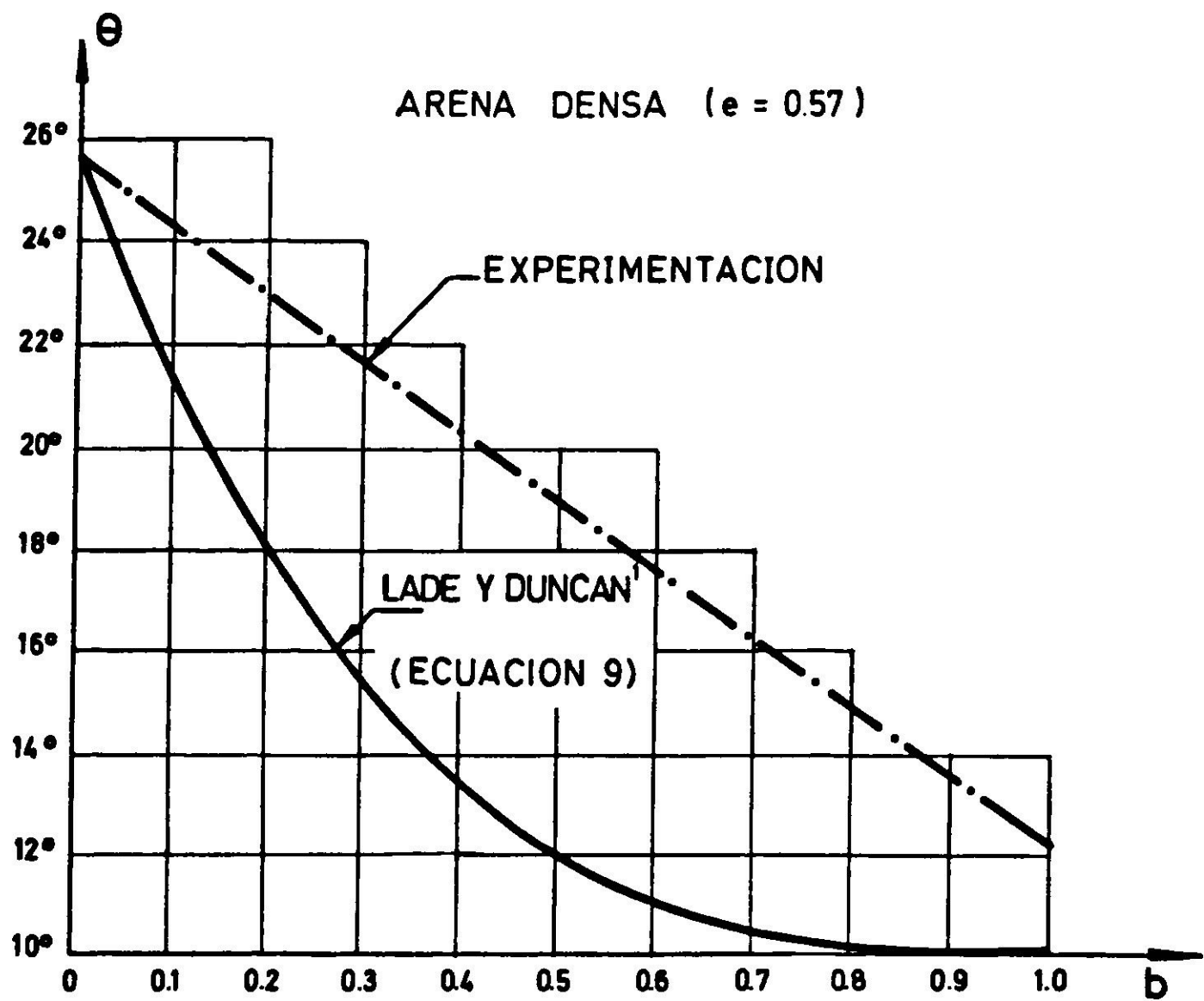


Fig. 9. Angulo del flujo en arena de Lade y Duncan².

entre la evidencia experimental y la teoría, diferencia que alcanza su máximo valor para b comprendido entre 0.45 y 0.55, y que podría explicar parte de las discrepancias observadas anteriormente en aplicaciones hechas con el modelo de Lade y Duncan².

LEY DE LA NORMALIDAD EN EL PLANO OCTAEDRICO

Se ha visto que la ley del flujo asociada o regla de la normalidad, no es efectiva en arenas, puesto que el vector incremento de deformación plástica no coincide con la normal a la superficie de rotura. Sin embargo la experiencia ha demostrado que al menos la proyección del vector del flujo sobre el plano octaédrico, sí que resulta normal a la traza de la superficie de rotura en ese plano, aspecto que reviste sumo interés y que ha sido comprobado por Goldscheider y Gudehus¹³ y por Lade y Duncan².

Se han representado en Fig. 10, los resultado alcanzados en base a los ensayos publicados por Green³, pero corrigiendo previamente los puntos tensionales medidos, para dejarlos todos ellos sobre la superficie de rotura 2. Observando la figura vemos que se confirma en este caso también la ley de normalidad en el plano octaédrico, y que realmente las direcciones de las proyecciones de los vectores del flujo son aproximadamente normales al criterio de rotura en dicho plano. Cierta anisotropía ($\epsilon_1 \neq \epsilon_2$) mostrada por la arena de Green³ en su comportamiento durante el ensayo triaxial de extensión, se refleja en una ligera desviación de la proyección del vector del flujo con respecto a la normal en ese punto.

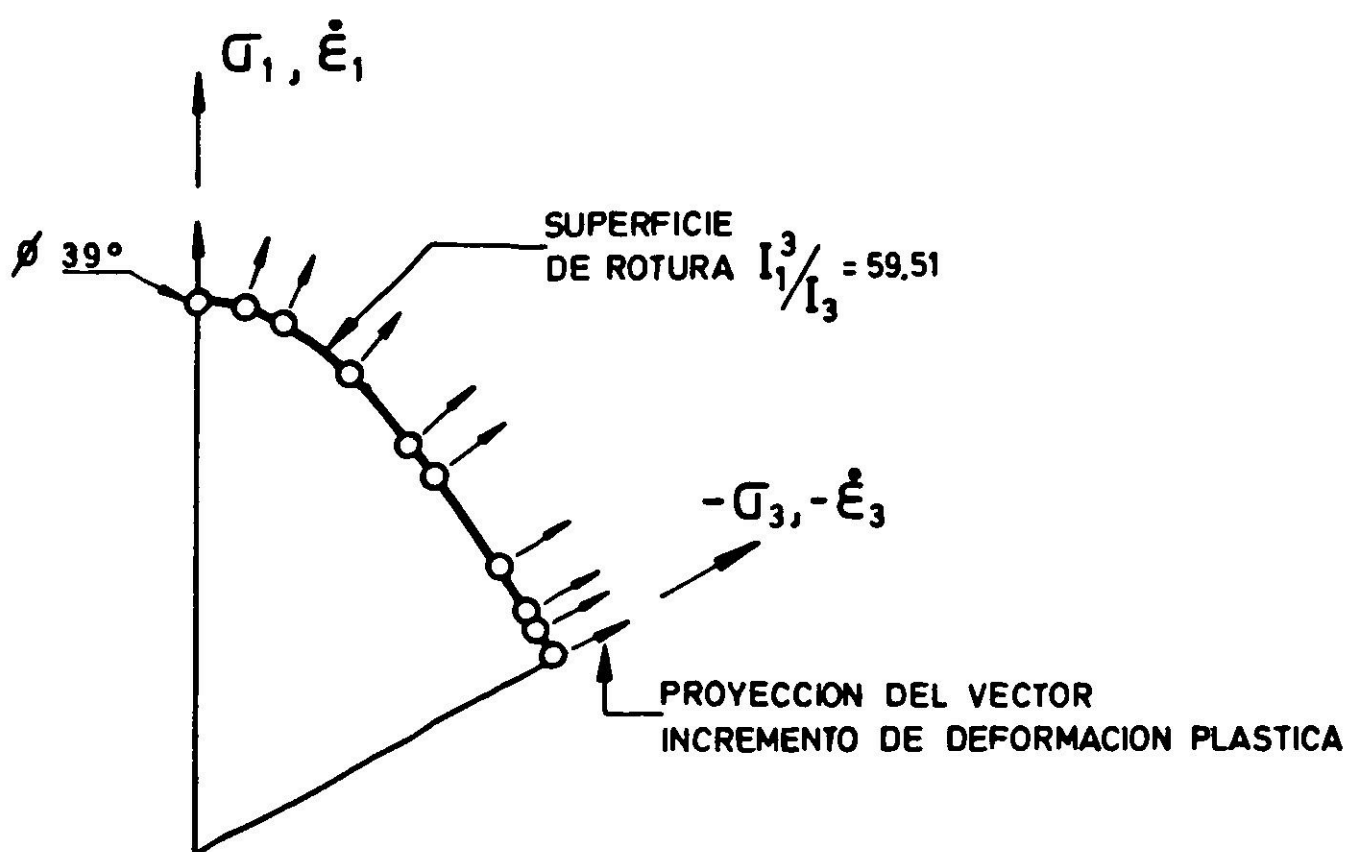


Fig. 10. Direcciones de las proyecciones de los vectores del flujo plástico sobre el plano octaédrico, arena de Green³.

REGLA DEL FLUJO PLASTICO PROPUESTA

El hecho de que la ley de la normalidad se cumpla en el plano octaédrico, está indicando que en el espacio de las direcciones principales el vector del flujo plástico, $\vec{\epsilon}^P$, está contenido en un plano formado por las normales a la superficie de rotura y al plano octaédrico. Esto significa que:

$$\vec{\epsilon}^P = d\lambda \cdot \vec{a} + d\mu \vec{l} \quad 10$$

siendo:

$a_i = \partial f / \partial \sigma_i$ (componentes del vector $\vec{a}$).

$f = I_1^3 / I_3$

$l_i = 1/\sqrt{3}$ (cosenos directores del eje hidrostático de tensiones o vector $\vec{l}$ en este caso).

$(d\lambda, d\mu) =$ dos parámetros auxiliares.

Desarrollando la relación 3, es posible demostrar que:

$$d\mu = \eta d\lambda \quad 11$$

siendo:

$$\eta = \frac{\sqrt{3} \cdot a_{ii}^2}{-a_{ii} + \operatorname{ctg} \theta \sqrt{3a_{ii}^2 - (a_{ii})^2}} \quad 12$$

En esta notación tensorial empleada se ha considerado:

$$a_{11} = a_1; \quad a_{22} = a_2; \quad a_{33} = a_3$$

Resulta fácil de ver entonces que:

$$\dot{\epsilon}_i^P = d\lambda \left(a_i + \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) \quad 13$$

ecuación que representa la ley del flujo plástico propuesta.

Si $\theta = 0$, implica que $\eta = 0$, y 13 se transforma en la clásica regla de la normalidad.

Todo lo expresado hasta ahora se ha referido a puntos en rotura plástica.

Ahora bien, si se comprueba experimentalmente la ley de la normalidad en el plano octaédrico, como asimismo la variación lineal de θ con b para cualquier *superficie de fluencia*¹ o nivel energético inferior al de rotura, la regla del flujo plástico sugerida, 13, sería válida para todo estado tensional.

Como el potencial plástico interviene no sólo en la derivación de la regla del flujo, sino también en la cuantificación de las deformaciones plásticas^{1,2}, se

requeriría definir una nueva función potencial, que se ajuste a 13, para lograr un cálculo más preciso de tales deformaciones.

Por otro lado, análogamente a como trabajan Lade y Duncan¹ con el parámetro K_2 sería necesario conocer empíricamente la relación de θ_c y θ_E con el nivel de tensiones f , para lo cual bastaría también con un triaxial convencional.

CONCLUSIONES

A base de resultados experimentales se ha estudiado el comportamiento en rotura de las arenas, llegando a la conclusión de que la teoría de Lade y Duncan¹, muestra variaciones significativas con lo observado en algunos casos. Se propone una regla del flujo plástico que se ajusta mejor a los ensayos realizados y que podría ser usada en la formulación de una nueva teoría elastoplástica, que conserve el criterio de rotura 2 y la superficie de fluencia de Lade y Duncan¹.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue iniciado y desarrollado en su mayor parte durante la estadía del primero de los autores en el Laboratorio del Transporte y Mecánica del Suelo Jose Luis Escario de Madrid.

Queremos expresar aquí nuestros sinceros agradecimientos a D. José A. Jiménez Salas ex-Director de dicho centro, por la colaboración prestada, y al Departamento de Ingeniería Estructural de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile por las facilidades otorgadas, que han permitido su terminación y posterior publicación.

NOTACION

- I_1, I_3 : Primer y tercer invariante del tensor de tensiones.
- K_1, K_2 : Parámetros adimensionales de la teoría elasto-plástica de Lade y Duncan.
- a_i : Componentes del vector normal a la superficie de rotura en el espacio de las direcciones principales.
- b : Parámetro que define la generatriz de la superficie de rotura.
- e : Índice de poros inicial
- f : Nivel de tensiones
- $\dot{\epsilon}_i^p$: Valores principales del tensor incremento de deformación plástica.
- η : Parámetro auxiliar de la ley del flujo plástico propuesta.
- ϕ : Angulo de rozamiento interno en ensayo triaxial de compresión.
- λ : Parámetro auxiliar.

- σ_i : Valores principales del tensor de tensiones.
 θ : Angulo del flujo plástico.
 θ_c : Angulo del flujo plástico en el ensayo triaxial de compresión.
 θ_E : Angulo del flujo plástico en el ensayo triaxial de extensión.

BIBLIOGRAFIA

1. LADE, P.V. y DUNCAN, J.M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, GT10*, octubre 1975, pp. 1037-1053.
2. LADE, P.V. y DUNCAN, J.M. Cubical triaxial test on cohesionless soil, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 1973, pp. 793-811.
3. GREEN, G.A. Strength and deformation of sand measured in an independent stress control cell, *Proceedings of the Roscoe Memorial Symposium*, 1971, pp. 285-323.
4. KO, H.Y. y SCOTT, R.F. Deformation of sand in hydrostatic compression, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM3*, mayo 1967, pp. 137-156.
5. DRUCKER, D.C.; GIBSON, R.E. y HENKEL, D.J. Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity. *Transactions ASCE*, vol. 122, 1957, pp. 338-346.
6. JENIKE, A.W. y SHIELD, R.T. On the plastic flow of Coulomb solids beyond original failure, *Transactions ASCE, Journal Applied Mechanics*, diciembre 1959, pp. 599-602.
7. VESIC, A. y CLOUGH, W. Behavior of granular materials under high stresses, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM3*, mayo 1968, pp. 661-688.
8. POOROOSHASB, M.B.; HOLUBEC, I. y SHERBOURNE, A.N. Yielding and flow of sand in triaxial compression, Part I. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 3, n° 4, (1966), pp. 179-190.
9. HABIB, P. Influence de la variation de la contrainte principale moyenne sur la resistance au cisaillement des sols. *Proceedings of the 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Suiza, vol. 1, 1953, pp. 131-136.
10. BISHOP, A.W. The strength of soils as engineering material. 6th Rankine Lecture, *Geotechnique*, Londres, Inglaterra, vol. 16, n° 2, (1966), pp. 89-130.
11. SUTHERLAND, H.B. y MESDARY, M.S. The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand, *Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. I, México, 1969, pp. 391-399.
12. HILL, R. *The mathematical theory of plasticity*, University Press, Oxford, 1950.
13. GOLDSCHIEDER, M. y GUDEHUS, G. Rectilinear extension of dry sand: Testing apparatus and experimental results. *Proceedings 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Moscú, 1973, pp. 143-149.

FAILURE BEHAVIOR OF SAND

SUMMARY

The results of several tests performed with modern triaxial testing devices, in which the three principal stresses can be set independently, were used as a basis for a study of failure behavior of sand. The most relevant characteristics of this problem, a failure criterion and a plastic flow rule are discussed. Comparisons of experimental results with predictions by the Lade and Duncan theory are shown, and a modified flow rule is proposed, which would permit the development of a more refined model of sandy soil behavior.